# Η Δράση της Αρχής της Ταυτότητας στα Συστήματα Σχεδιασμού

**ΣΩΤΗΡΙΟΣ Δ. ΚΩΤΣΟΠΟΥΛΟΣ**
Αρχιτέκτονας Μηχανικός ΕΜΠ

*Περίληψη*
*Εξετάζεται η δράση της αρχής της ταυτότητας στις δημιουργικές διαδικασίες των συστημάτων σχεδιασμού. Γίνεται αναδρομή στην ιστορική και λογική προέλευση της αρχής της ταυτότητας και δίνονται γραφικά παραδείγματα για το πως οι οπτικές και μαθηματικές ιδιότητες των βασικών στοιχείων (σημείο, γραμμή, επίπεδο, στερεό) επηρεάζουν την εφαρμογή μίας ταυτότητας στις μορφές του χώρου και επιδρούν στη σύνθεση, την αποσύνθεση και την περιγραφή τους από τους ψηφιακούς υπολογιστές.*

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εργασία αυτή εξετάζει τη δράση της αρχής της ταυτότητας στις διαδικασίες των αναλογικών και ψηφιακών συστημάτων σχεδιασμού. Η έρευνα ανήκει στην επιστημονική περιοχή της γραμματικής θεωρίας των σχημάτων. Αφού γίνει μία σύντομη αναδρομή στην ιστορική και λογική προέλευση της αρχής της ταυτότητας, συζητούνται οι συνέπειες της εφαρμογής της στο πλαίσιο των δημιουργικών διαδικασιών του σχεδιασμού, σε μορφές από σημεία, γραμμές, επίπεδα και στερεά. Η παρουσίαση παραδειγμάτων με γραμμές και σημεία δεν επικεντρώνει στις μαθηματικές λεπτομέρειες που μπορούν να αναζητηθούν αλλού (Stiny 1982, 1993, 1994, 1996). Με αφετηρία τις μαθηματικές και τις οπτικές ιδιότητες των βασικών στοιχείων του χώρου η εργασία επικεντρώνει στο ότι κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού εκτός από ένα πλαίσιο σημασιολογικής αναφοράς επιλέγει κανείς κι ένα πλαίσιο δομικής οργάνωσης, που έχει σοβαρές συνέπειες στην παραγωγή των συνθέσεων. Επιπλέον, η εργασία εξετάζει τις συνέπειες της αποδοχής ενός δομικού πλαισίου βασισμένου σε άτμητα στοιχεία (άτομα) για τη σύνθεση και την αποσύνθεση μορφών, καθώς και για την περιγραφή τους από ψηφιακούς υπολογιστές. Τα συμπεράσματα συνοψίζονται σε μία καταληκτική συζήτηση που φωτίζει μερικές πτυχές των δημιουργικών διαδικασιών του σχεδιασμού.

Υπάρχει ένα είδος σκέψης, που θέλει κάθε τι να προέρχεται από κάτι «πρωτογενές». Αυτό παραμένει αναλλοίωτο στην αλληλουχία των μεταβολών, διασφαλίζοντας πως τίποτα ριζικά καινούριο δεν μπορεί να υπάρξει: ο,τιδήποτε νέο ανάγεται στο προϋπάρχον. Η παραδοχή αυτή προξενεί δισεπίλυτα προβλήματα στην εξήγηση της εκδήλωσης της δημιουργικής εξέλιξης στον κόσμο, τον σχεδιασμό, την ιστορία και την πολιτική. Η συγκεκριμένη αντίληψη που εισάγεται από τον Πλάτωνα και συναντάται στον Descartes, τον Leibniz και τον Kant βασίζεται σε μία λογική αρχή: την ταυτότητα. Σύμφωνα με την αντίληψη αυτή, κάθε τι διατηρεί τη δομή και το νόημα του (*αν κάτι είναι Α, είναι Α*), κατοχυρώνοντας πως ανάμεσα στις οποιεσδήποτε δύο αντικρουόμενες κρίσεις πάνω στο ίδιο αντικείμενο μόνο η μία μπορεί να είναι αληθής (*τίποτα δεν μπορεί νά'ναι ταυτόχρονα Α και όχι-Α*). Ορθολογική καλείται κάθε διαδικασία που συμμορφώνεται με τις παραδοχές αυτές. Και η αρχή της ταυτότητας γίνεται ο προσδιοριστικός παράγοντας που συνενώνει κάτω από το ίδιο φάσμα τις μαθηματικές κρίσεις που κατά τον Kant είναι *προ-εμπειρικές* (*a priori*) και τις κρίσεις που αφορούν στην εμπειρία και τις επιστήμες.

Στην παραδοσιακή μαθηματική λογική η αρχή της ταυτότητας συνοψίζει την ικανότητα διάκρισης του ίδιου από το διαφορετικό. Είναι η φορμαλιστική διατύπωση μίας πράξης αναγνώρισης. Μοναδική βάση για την εφαρμογή μίας ταυτότητας είναι η οπτική ενός παρατηρητή. Όμως, το να μπορεί να διακρίνει κανείς τα πραγμάτα και τα μέρη που τα αποτελούν επιτρέπει, επίσης, και τον προσδιορισμό του νοήματος τους. Το γεγονός αυτό έχει αξιοσημείωτες λογικές, αισθητικές και πολιτικές συνέπειες. Τί είναι αυτό που «βλέπουμε»; Και πώς το χρησιμοποιούμε δημιουργικά; Πώς η οπτική υποδιαίρεση μίας μορφής στα μέρη που την αποτελούν επηρεάζει τη σύνθεση και την αποσύνθεση της; Και πώς επιδρά στον τρόπο περιγραφής της από τους ψηφιακούς υπολογιστές; Το ενδιαφέρον αυτών των ερωτήσεων είναι πολλαπλό: αντιληπτικό, λογικό και συνθετικό.

## 2. Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΔΥΤΙΚΗ ΠΑΡΑΔΟΣΗ

Η ιστορική και λογική προέλευση της αρχής της ταυτότητας έχει τις ρίζες της στην αντιπαράθεση για την ύπαρξη ή μη-ύπαρξη γενικών πλατωνικών αντικειμένων. Στην

*Υποβλήθηκε: 10.12.2007 Έγινε δεκτή: 14.1.2008*

*Πολιτεία* (VI 509) ο Πλάτωνας αναφέρεται στην ύπαρξη κάποιων ιδεατών μορφών, που λειτουργούν σαν πρότυπα. Κατά τον Πλάτωνα (VI 511) ο νούς κινείται προς τις γενικές αλήθειες, που δεν είναι υποθέσεις, χωρίς τη μεσολάβηση εικόνων, αλλά δια των ιδεατών μορφών με τις οποίες διεξάγει συλλογισμούς. Έτσι, οι σπουδαστές της γεωμετρίας δεν συνάγουν συμπεράσματα για τα σκαριφήματα αλλά για τα ιδεατά τους πρότυπα. Τα σκαριφήματα «*χρησιμεύουν σαν εικόνες και αντικατοπτρισμοί, ενώ ο σπουδαστής αναζητά να συλλάβει τις πραγματικότητες, που μόνο η σκέψη είναι ικανή να συλλάβει*». Ο Πλάτων (X 596) υπαινίσσεται πως οι αρχές που διέπουν τη σχέση μεταξύ ορατών και καταληπτών γεωμετρικών αντικειμένων ισχύουν για όλα τα αντικείμενα. Το «*ιδεατό, πρότυπο κρεβάτι*» υπάρχει μόνο στον κόσμο των ιδεατών μορφών. Το κρεβάτι που κατασκευάζει ο ξυλουργός είναι αντίγραφο του ιδεατού, ενώ η ζωγραφιά του κρεβατιού είναι αντίγραφο του αντίγραφου (X 597). Ο Αριστοτέλης ($77^b$ 5-40) αντιτείνει ότι οι γεωμέτρες απλώς χειρίζονται τους γεωμετρικούς ορισμούς και είτε υποθέτουν είτε αποδεικνύουν την ύπαρξη όχι υπερβατικών αντικειμένων, αλλά αριθμών και σχημάτων που γίνονται αντιληπτά στον αισθητό κόσμο. Κατά τον Αριστοτέλη ($100^a$ 3-19) τα γενικά αντικείμενα προκύπτουν ως προϊόντα της φυσικής ικανότητας της αντίληψης να οργανώνει την εμπειρία, από τα ειδικά αντικείμενα προς τα είδη, τα γένη κι από εκεί προς τα γενικά αντικείμενα, που όμως «*δεν είναι ούτε έμφυτα ούτε προαποφασισμένα ούτε εξελίσονται σε συνάρτηση με άλλα ανώτερα επίπεδα νόησης πέρα από τις προσλήψεις των αισθήσεων*». Ο Αριστοτέλης ($193^a$ 9-17, $193^b$ 6-12) επισημαίνει ακόμα ότι το αν ένα αντικείμενο αναγνωρίζεται ως κρεβάτι εξαρτάται από την πρόθεση του ξυλουργού, όσο κι από τον τρόπο συνήθους χρήσης του αντικειμένου, τη μορφή του, τα υλικά του, κλπ.

Ο Descartes θεωρεί ότι η εμπειρία δεν αποτελεί παρά την αφορμή για την παραγωγή μίας ερμηνείας σύμφωνα με κάποιους γενικούς νοητικούς όρους. Έτσι, διαπιστώνει (V 2:227)ότι ένα κακοσχεδιασμένο τρίγωνο γίνεται αντιληπτό σαν παραμορφωμένο, καθώς η νόηση επιχειρεί να το ταυτίσει με την ιδεατή μορφή. Και ο Leibniz (C 362) θεωρεί ότι η πρόσβαση προς τις γενικές αλήθειες γίνεται μέσω της ταυτότητας. Η λογική προσέγγιση του Leibniz είναι βασισμένη στην ταυτότητα (*identity*) και τον εγκλεισμό (*inclusion*) και ακολουθεί τη γενική κατεύθυνση των αλγεβρών Boole. Ο νόμος του Leibniz δηλώνει ότι: «*x=y αν και μόνο αν το x έχει κάθε ιδιότητα που έχει το y και το y έχει κάθε ιδιότητα που έχει το x*». Στην γεωμετρία «*x=y*» σημαίνει ότι δύο σχήματα *x* και *y* συμπίπτουν απόλυτα καταλαμβάνοντας την ίδια σχετική θέση στον χώρο. Στην αριθμητική, η ισότητα 2+3=5, δεν εξισώνει τα σύμβολα «2+3» με το «5», αλλά τους νοητούς αριθμούς. Ο Kant (A 141), διαχωρίζει την έννοια της «εικόνας» από εκείνη του «σχήματος»: «*Το «σχήμα» του τριγώνου δεν μπορεί ποτέ να υπάρξει πουθενά αλλού πέραν της σκέψης και υποδηλώνει έναν κανόνα σύνθεσης της φαντασίας, που αφορά στις καθαρές μορφές του χώρου*». Με τη θεωρία του *«σχηματισμού»* (schematism) ο Κάντ (A 140) προτείνει μια πράξη αντιστοίχισης της εμπειρίας με τις κατηγορίες των ιδεών. Ένα «σχήμα» υποβοηθά την αντιστοίχιση μίας εμπειρίας με την κατάλληλη ιδέα. Έτσι η νόηση συνεργάζεται με τις αισθήσεις χωρίς τα εξωτερικά εμπειρικά ερεθίσματα να καθορίζουν την εσωτερική νοητική μας κατάσταση. Ο Hume είναι ο πρώτος μοντέρνος φιλόσοφος που αμφισβητεί τη δυνατότητα πρόσβασης προς κάποιες *a priori* αλήθειες. Ο Hume θεωρεί (1.2.4) παράλογη την ανάγκη ύπαρξης οποιασδήποτε ιδέας πριν από την παρουσία της ίδιας της μορφής: «*Το απόλυτο πρότυπο της οργάνωσης γεωμετρικών μορφών δεν έχει άλλη προέλευση πέρα από τις αισθήσεις και τη φαντασία και είναι παράλογο να μιλάμε για τελειότητα πέρα από τη φυσική ευχέρεια κρίσης που διαθέτουν αυτά τα δύο*». Ο Hume (1.4.6) υποστηρίζει ότι οι εμπειρίες συγκροτούν το γενικό και το αφηρημένο: «*...αλλεπάλληλες αντιλήψεις περνούν και ξαναπερνούν, γλιστρούν και αναμειγνύονται παράγοντας μία άπειρη ποικιλία θεωρήσεων και καταστάσεων...Είναι ακριβώς αυτή η διαδοχή από παραστάσεις που απλά συνιστούν το μυαλό*». Κατά τον Hume (1.4.2) τα γενικά αντικείμενα προκύπτουν «κατά λάθος», όταν πολλαπλές, χρονικά ασύνδετες εντυπώσεις, αναγνωρίζονται σαν ταυτόσημες. Για να επιλύσει το παράδοξο της ταυτοποίησης παροδικών, ασύνδετων γεγονότων η νόηση δημιουργεί ένα νέο αντικείμενο: διαφορετικές εντυπώσεις τριγώνων ταυτίζονται κι ένα γενικό σχήμα τριγώνου προκύπτει.

Η λογική επιστήμη που δημιουργήθηκε από τον Αριστοτέλη τον $4^o$ αιώνα π.Χ. και επεκτάθηκε από τον Leibniz τον $17^o$ αιώνα, εξελίχθηκε στο τέλος του $19^{ου}$ αιώνα σε αυτό που αποκαλείται μαθηματική λογική. Πρωτοπόροι της υπήρξαν στη Βρετανία ο Boole, στις ΗΠΑ ο Peirce και στη Γερμανία ο Frege. Οι ιδέες του τελευταίου αναπτύχθηκαν από τους Βρετανούς Whitehead και Russell στην *Principia Mathematica* (1910-13). Οι ιδέες όλων των παραπάνω άσκησαν έντονη επιρροή στη φιλοσοφία του $20^{ου}$ αιώνα. Στη μαθηματική λογική, η έκφραση $x = y$ υποδηλώνει οτι τα $x$ και $y$ χρησιμεύουν σαν αναφορές του ίδιου πράγματος. Σύμφωνα με τους Whitehead και Russell (1910-13, I, σελ. 57) αν $x=y$, τότε σε κάθε έκφραση X που περιέχει το $x$ σαν μεταβλητή ($Xx$) μπορούμε να αντικαταστήσουμε το $x$ με $y$, λαμβάνοντας μία νέα έκφραση ($Xy$) ισοδύναμη με την αρχική. Συνοπτικά: $x=y \leftrightarrow \forall X\ (Xx \rightarrow Xy)$.

Στην παραδοσιακή μαθηματική λογική η ύπαρξη των γενικών αντικειμένων προσεγγίστηκε μέσω της θεωρίας των συνόλων. Μία συλλογή στοιχείων με κάποια κοινή ιδιότητα (π.χ. «το $x$ είναι κρεβάτι») σχηματίζει το σύνολο A, με στοιχεία $\{x, x, ...x\}$. Η εφαρμογή μίας ταυτότητας στο σύνολο A (π.χ. των κρεβατιών) είναι η πράξη $I(x)$: $A \rightarrow A$, που αντιστοιχίζει ένα προς ένα κάθε στοιχείο $x$ του A στον εαυτό του ($x \rightarrow x$). Η πράξη αυτή αναγνωρίζει το σύνολο A αναγνωρίζοντας ένα προς ένα κάθε στοιχείο που ανήκει στο A. Τα σύνολα μπορούν να έχουν για στοιχεία τους άλλα σύνολα, ενώ δύο σύνολα είναι ίδια (A=B), όταν τα στοιχεία τους είναι ίδια ένα προς ένα. Στην πράξη, όμως, οι αφηρημένες παραδοχές της θεωρίας των συνόλων δεν καταφέρνουν πάντα να αποδώσουν κάτι πραγματικό. Για παράδειγμα, η

ταυτοποίηση ενός συνόλου αντικειμένων (π.χ. κρεβατιών) αφορά ολότητες που μπορεί να έχουν διαφορετικά μέρη. Δεν απαιτούμε την ταύτιση των μερών κάθε κρεβατιού. Δεχόμαστε ότι ένα κρεβάτι απαρτίζεται από τα μέρη του. Κι όταν κάποια μέρη συνδέονται με κάποιους τρόπους, τότε το όλο ονομάζεται κρεβάτι. Δεν υποστασιοποιούμε επιμέρους ιδιαιτερότητες, ούτε εξηγούμε γιατί ενώ τα πόδια ή η πλάτη ενός κρεβατιού διαφέρουν, αυτό ωστόσο αναγνωρίζεται ως «κρεβάτι».

Στις αρχές του 20ου αιώνα ο Πολωνός φιλόσοφος Lesniewski θέλησε να ανατρέψει την Πλατωνική ιδεοληψία περί γενικών αντικειμένων που υποτίθεται ότι αναπαριστούν κάποια ιδεατά αντικείμενα με συγκεκριμένες, χαρακτηριστικές και αμετάβλητες ιδιότητες. Στην κλασική μεταφυσική αρχή του «*αποκλειόμενου μέσου*» που λέει ότι: «*ανάμεσα σε δύο αντικρουόμενες κρίσεις πάνω στο ίδιο αντικείμενο, μόνο μία μπορεί να είναι αληθής*» ο Lesniewski (1913) αντιπρότεινε τη λογική αρχή: «*ανάμεσα σε δύο αντικρουόμενες κρίσεις πάνω στο ίδιο αντικείμενο, τουλάχιστον μία μπορεί να είναι αληθής*».

Ο Lesniewski προσέγγισε την έννοια του συνόλου όχι σαν συλλογή αλλά σαν άθροισμα ή «όλο»: το αντικείμενο «κρεβάτι» προκύπτει σαν άθροισμα όλων των γνωστών παρουσιών του. Το «όλο» είναι ένα συγκεκριμένο άθροισμα από μέρη τα οποία δεν είναι καθορισμένα, ενώ το «σύνολο» είναι μία συλλογή από αυστηρά καθορισμένα μέλη που προσδιορίζονται με βάση έναν γενικό ορισμό. Το λογικό σύστημα που παρουσιάστηκε από τον Lesniewski (1927, 1928, 1929, 1930, 1931) ισοδυναμεί με μία άλγεβρα Boole χωρίς κενό στοιχείο και αποτέλεσε τη βάση της θεωρίας της *μερεολογίας* (από την Ελληνική λέξη *μέρος*). Μερεολογικά συστήματα διατυπώθηκαν, επίσης, από τους Whitehead (1919), Tarski (1929) και Leonard και Goodman (1940). Οι Leonard και Goodman (1940, σελ. 45) σημειώνουν για τη διαφορά μεταξύ «όλου» και «συνόλου»: «*Η έννοια του όλου και αυτή του συνόλου μπορούν να ειδωθούν σαν διαφορετικά μέσα για τη διάκριση ενός τμήματος του σύμπαντος, από ό,τι περισεύει. Και στις δύο περιπτώσεις το διακεκριμένο τμήμα είναι δυνητικά διαιρετό και ενδεχομένως φυσικά ασυνεχές. Η διαφορά των εννοιών βρίσκεται στο εξής: Το να συλλάβει κανείς την έννοια ενός τμήματος σαν όλο δεν προσφέρει καμία ένδειξη για το ποιές πρέπει να είναι οι πιθανές υποδιαιρέσεις (αν υπάρχουν), ενώ το να συλλάβει το ίδιο τμήμα σαν σύνολο επιβάλει ένα συγκεκριμένο τρόπο υποδιαίρεσης σε υποσύνολα και στοιχεία*».

Ανάλυση των εννοιών της ταυτότητας, του όλου και του συνόλου έγινε ακόμη στο πλαίσιο των νομιναλιστικών συστημάτων του Quine και του Goodman. Ο Quine (1950, σελ. 623) σημειώνει για τη λειτουργία της ταυτότητας: «*Η έννοια της ταυτότητας προορίζεται να εκτελεί μία κεντρική λειτουργία κατά τον προσδιορισμό αντικειμένων που εμφανίζονται διασπαρμένα στον χώρο και τον χρόνο. Χωρίς την ταυτότητα, ν πράξεις εμφάνισης απλώς ορίζουν μέχρι και ν αντικείμενα το καθένα χωρο-χρονικά απροσδιόριστο. Αλλά όταν επιβεβαιώνουμε ταυτότητα αντικειμένου από εμφάνιση σε εμφάνιση, κάνουμε τις ν εμφανίσεις να αναφέρονται στο ίδιο γενικό αντικείμενο και έτσι παρέχουμε στον ακροατή μας μία επαγωγική βάση από την οποία μπορεί να υποθέσει το επιδιωκόμενο εύρος του συγκεκριμένου αντικειμένου. Απλή εμφάνιση, σύν ταυτοποίηση με τη συνδρομή και της επαγωγής εκφράζουν το χωρο-χρονικό εύρος*».

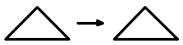
Ο Wittgenstein (1956, σελ. 422-424) διέβλεψε ότι αν οι υπολογισμοί με σχήματα είχαν κεντρική σημασία στην καθημερινή πρακτική, τότε κάποιες βασικές έννοιες των μαθηματικών θα μεταβάλλονταν. Η υπόθεση αυτή εξετάστηκε από τους Stiny και Gipps (1972) που θεμελίωσαν την γραμματική θεωρία των σχημάτων. Η θεωρία εξετάζει τις ιδιότητες και τις εφαρμογές των υπολογισμών με στοιχεία 0, 1, 2, και 3 διαστάσεων. Εμπειρική βάση της θεωρίας ήταν η παρατήρηση ότι οι καλλιτέχνες και οι αρχιτέκτονες εκτελούν υπολογισμούς με σημεία, γραμμές, επίπεδα και στερεά. Ένα έργο τέχνης, ή μία αρχιτεκτονική σύνθεση είναι μία πεπερασμένη περιγραφή που αποτελείται από πεπερασμένα μέρη και παράγεται σε πεπερασμένο χρόνο. Συνθέσεις με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά αποτελούν «εκφράσεις» στο πλαίσιο ευρύτερων συνόλων που καλούνται μεταφορικά «γλώσσες». Κανόνες παραγωγής της μορφής A→B υποδεικνύουν τον τρόπο δόμησης τους. Μία *γραμματική* είναι ένα σύστημα συντακτικών και ερμηνευτικών κανόνων που κυβερνά την κατασκευή μίας συγκεκριμένης γλώσσας.

## 3. Η ΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Όπως υπάρχουν διανοητές, που πραγματοποιούν σκέψεις στο πλαίσιο ενός συστήματος συμβόλων, τη γλώσσα της ομιλίας, ή των μαθηματικών, υπάρχουν και διανοητές, εικαστικοί καλλιτέχνες, ή αρχιτέκτονες που πραγματοποιούν σκέψεις με την επεξεργασία χωρικών και οπτικών σχέσεων μεταξύ μορφών. Για τους διανοητές που ασχολούνται με τα ζητήματα του χώρου, η υποδιαίρεση μίας μορφής στα μέρη που την αποτελούν μοιάζει με την ανάγνωση: έχει ερμηνευτικό κίνητρο, απαιτεί συγκεκριμένες επιλογές και προσλαμβάνει εργαλειακό χαρακτήρα. Όπως παρατηρεί ο Fish (1980), κατά την ανάγνωση οι επιλογές υποδεικνύουν τις «προτιμήσεις», «την εκδήλωση της προσοχής» και γενικά «τη δράση του αναγνώστη». Όμοια, επισημαίνει ο Stiny (1994), η αναγνώριση των μερών μίας μορφής υποδηλώνει την παραδοχή κάποιων «δεδομένων», την προβολή κάποιων «αξιών» και τον τονισμό κάποιων «ιδιομορφιών». Η δράση της ταυτότητας ισοδυναμεί με αυτήν της παρατήρησης. Ενώ η παρατήρηση είναι μη-παραγωγική, αφού δεν μετασχηματίζει το αντικείμενο της, μπορεί ωστόσο να μεταβάλει τη δομή και το νόημα του, υπογραμμίζοντας πως δεν υπάρχει ούτε αθώα, ούτε αμερόληπτη ματιά.

Η επόμενη διάταξη γραμμών ορίζει οπτικά ένα σχήμα:

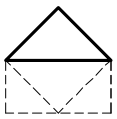
Το σχήμα μπορεί να «διαβαστεί» με την εφαρμογή μίας ταυτότητας που διακρίνει τρίγωνα. Η συγκεκριμένη ταυτότητα εκφράζεται συμβατικά:



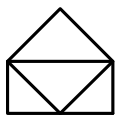
Στην έκφραση της ταυτότητας που διακρίνει τρίγωνα, ένα τρίγωνο εμφανίζεται στη δεξιά και την αριστερή πλευρά ενός κανόνα αντικατάστασης. Ο κανόνας έχει τη γενική μορφή:

$I(x)$: A → A

Η εφαρμογή του κανόνα ταυτότητας σε ένα σχήμα, αφήνει το σχήμα άθικτο. Έστω ότι εφαρμόζεται στο σχήμα του παραδείγματος μία φορά διακρίνοντας το τρίγωνο της κορυφής.



Η πράξη της αναγνώρισης μπορεί να προσεγγιστεί σαν ένας υπολογισμός. Ο Stiny (1996) περιγράφει τον υπολογισμό αυτό με τη σχέση: [C−$t$(A)] + $t$(A). Δύο είναι τα στάδια του υπολογισμού. Στο πρώτο στάδιο ο κατάλληλος γεωμετρικός μετασχηματισμός $t$ του σχήματος A – δηλαδή του τριγώνου που εμφανίζεται στην έκφραση του κανόνα – αφαιρείται από το σχήμα, δηλαδή το C. Με σύμβολα: C−$t$(A).

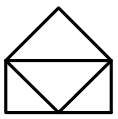


C

C−$t$(A)

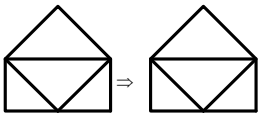
Ο γεωμετρικός μετασχηματισμός $t$(A) μπορεί να είναι οποιαδήποτε μετακίνηση, περιστροφή, ανάκλαση, σμίκρυνση ή μεγέθυνση του σχήματος A απαιτείται, ώστε το A να συμπέσει απόλυτα με το αναγνωριζόμενο μέρος του C.

Στο δεύτερο στάδιο, ο ίδιος γεωμετρικός μετασχηματισμός $t$ του σχήματος A, προστίθεται επαναφέροντας το σχήμα στην αρχική του κατάσταση. Με σύμβολα: [C−$t$(A)] + $t$(A).



[C−$t$(A)] + $t$(A)

Η επίπτωση της εφαρμογής της ταυτότητας μία φορά στο σχήμα συνοψίζεται στην επόμενη ακολουθία σχημάτων, που αντιστοιχούν στην αρχική και τελική του κατάσταση.



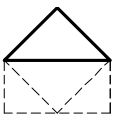
Η εφαρμογή της ταυτότητας δεν μεταβάλει τη μορφή του σχήματος C, διακρίνει όμως τα μέρη που το αποτελούν. Η δράση της είναι να εξασφαλίζει ότι το σχήμα $t$(A) γίνεται μία αναγνωρίσιμη υποδιαίρεση του C. Μία δομή ορίζεται για το C όταν αναγνωριστούν όλα τα μέρη του. Αυτό μπορεί να συμβεί με την εφαρμογή μίας ή περισσοτέρων ταυτοτήτων. Οι μαθηματικές λεπτομέρειες αυτής της διαδικασίας μπορούν να αναζητηθούν αλλού (Stiny 1994, 1996). Είναι όμως προφανές ότι η εφαρμογή του κανόνα ταυτότητας $I(x)$: A→A καταλήγει σε ένα σχήμα ταυτόσημο με το αρχικό. Δηλαδή, $I(x)=x$. Η τοπολογική συνέχεια εξασφαλίζεται όσο οι πράξεις κλειστότητας πριν και μετά την εφαρμογή της ταυτότητας ικανοποιούν δύο συνθήκες:

(1) Γ[$t$(A)] = $t$(A), δηλαδή το σχήμα $t$(A) παραμένει τοπολογικά κλειστό

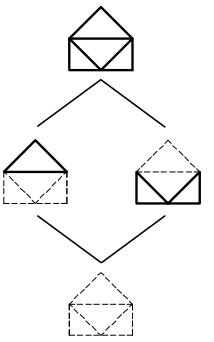
(2) Γ($x$) = Γ'($x$), δηλαδή το σχήμα C διατηρεί την ίδια τοπολογία πρίν και μετά την εφαρμογή της ταυτότητας.

Οι σχέσεις (1) και (2) ικανοποιούνται από άπειρα σχήματα επιτρέποντας τον μαθηματικό και οπτικό ορισμό της δομής οποιουδήποτε σχήματος C με άπειρους εναλλακτικούς τρόπους.

Η εφαρμογή της ταυτότητας που διακρίνει τρίγωνα στο σχήμα του παραδείγματος μία φορά, έτσι, ώστε να «αναγνωριστεί» το τρίγωνο της κορυφής, οργανώνει την επόμενη δομή.

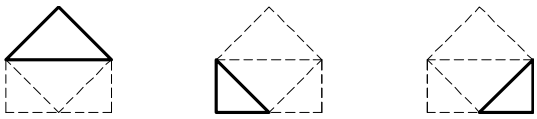


Η δομή περιλαμβάνει *1* τρίγωνο και το παραπληρωματικό σχήμα, που δεν είναι τρίγωνο. Το τρίγωνο και το παραπληρωματικό σχήμα είναι τα δύο ελάχιστα άτμητα στοιχεία (άτομα) μίας τοπολογίας. Ορίζουν μία άλγεβρα Boole που απεικονίζεται στο επόμενο διάγραμμα Hasse.

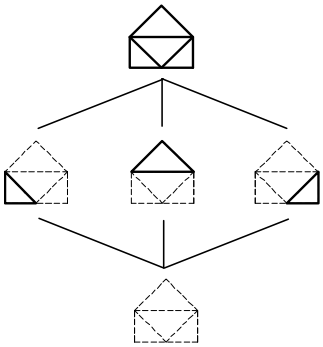


Την κορυφή του διαγράμματος καταλαμβάνει το «πλήρες σχήμα». Στον κορμό διακρίνονται οι υποδιαιρέσεις του, που είναι το τρίγωνο και το παραπληρωματικό σχήμα, ενώ τη βάση καταλαμβάνει το «κενό σχήμα», δηλαδή το μηδέν.

Εφαρμόζοντας την ίδια ταυτότητα τρείς φορές στο αρχικό σχήμα, διακρίνονται 3 τρίγωνα.

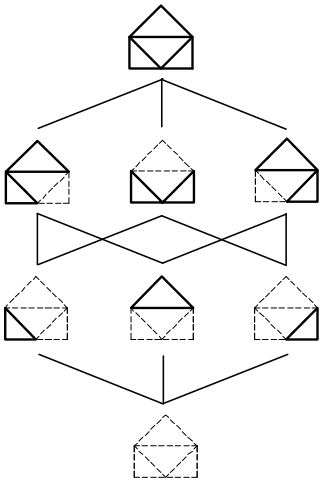


Το επόμενο διάγραμμα απεικονίζει μία πιθανή – αυστηρά Πλατωνική – θεώρηση της δομής αυτής. Τη δομή συγκροτούν τα εξής μέρη: Την κορυφή του διαγράμματος καταλαμβάνει το «πλήρες σχήμα», στον κορμό διακρίνονται τα 3 ατομικά τρίγωνα ως αποκλειστικές υποδιαιρέσεις του, ενώ τη βάση καταλαμβάνει το «κενό σχήμα».



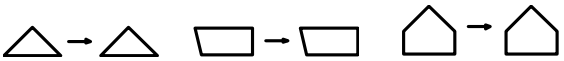
Στο πλαίσιο της ίδιας γενικής θεώρησης είναι δυνατό να προταθεί μία πιο πλουραλιστική τοπολογία για το σχήμα. Το πλήθος των αποσυνθέσεων μπορεί να οριστεί από τις κλάσεις ισοδυναμίας του συνόλου που έχει για στοιχεία του τα 3 ατομικά τρίγωνα. Αυτές είναι $2^n$. Για ένα σύνολο με τρία στοιχεία ($n$=3) είναι $2^3$=8.

Η νέα τοπολογία περιλαμβάνει 7 σχήματα και το «κενό σχήμα» ορίζοντας μία νέα άλγεβρα Boole που απεικονίζεται στο επόμενο διάγραμμα Hasse. Την κορυφή καταλαμβάνει το «πλήρες σχήμα», τον κορμό καταλαμβάνουν 6 υποδιαιρέσεις – τα 3 ατομικά τρίγωνα και 3 επιπλέον σχήματα συνδυασμοί μεταξύ των τριγώνων – ενώ τη βάση καταλαμβάνει το «κενό σχήμα».



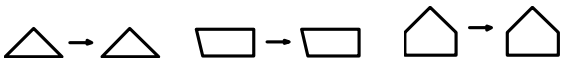
Η άλγεβρα Boole είναι η μερική διάταξη των υποδιαιρέσεων του σχήματος σύμφωνα με τη σχέση εγκλεισμού ≤ που δηλώνει οτι «το $x$ είναι μέρος του $y$». Οι άλγεβρες Boole σχηματίζουν δικτυωτά διαγράμματα και έχουν αναδρομική δομή που γίνεται ορατή στα διαγράμματα Hasse. Ένα διάγραμμα Hasse μίας άλγεβρας Boole τάξης $n$, απεικονίζει τη διαμέριση μεταξύ του αριστερού και του δεξιού τμήματος του δικτυωτού διαγράμματος, που το καθένα είναι άλγεβρα Boole για $n-1$ στοιχεία. Η οργάνωση των αλγεβρών Boole είναι παραλλαγή της κλασικής κατηγοριοποίησης των Αριστοτελικών δένδρων. Οι άλγεβρες Boole καταγράφουν ακόμα τη λειτουργία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μεταγωγής και χρησιμοποιούνται στον σχεδιασμό των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων των υπολογιστών. Η λογική μορφή της οργάνωσης τους επιτρέπει τον προσδιορισμό του, αν κάτι «είναι Α», ή «είναι όχι-Α» κατοχυρώνοντας πως «τίποτα δεν μπορεί νά'ναι Α και όχι-Α». Το χαρακτηριστικό αυτό των αλγεβρών Boole συνοψίζεται στον επόμενο πίνακα. Η παρουσία ή η απουσία των ατόμων – που εμφανίζονται στην κορυφή του πίνακα – δηλώνεται με 1 (άτομο παρόν), ή 0 (άτομο απόν). Ενδιάμεση κατάσταση δεν υπάρχει.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | |



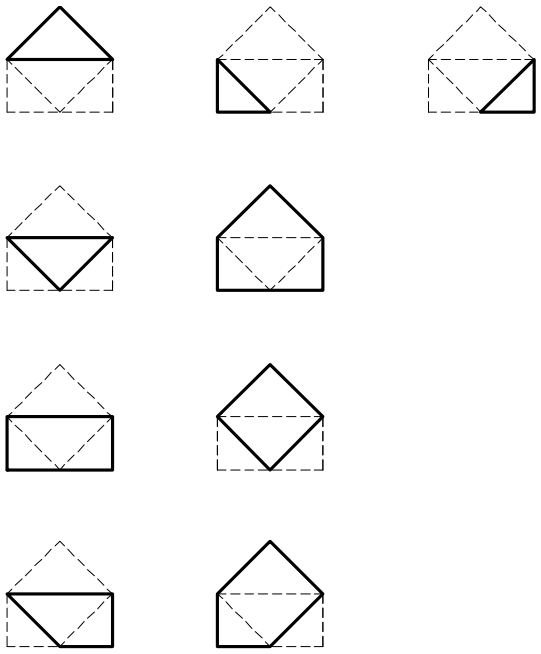
*(i* *(ii)* *(iii)*

Διερεύνηση εναλλακτικών αλγεβρικών δομών ικανών να απεικονίσουν τους τρόπους σύνθεσης και αποσύνθεσης μορφών που περιγράφονται από σύνολα στοιχείων, παρέχουν οι March (1996), Krstic (1996) και Economou (2001). Ποιές είναι όμως οι συνθετικές επιπτώσεις του συγκεκριμένου τρόπου περιγραφής για τις μορφές του χώρου; Και πώς σχετίζονται με τις περιγραφές των ψηφιακών υπολογιστών; Στη συνέχεια, το σχήμα του παραδείγματος που αποτελείται από γραμμές, οργανώνεται σε δομές που συγκροτούνται από κλειστά κυρτά σχημάτα, τρίγωνα, τετράπλευρα και πεντάπλευρα, σύμφωνα με τις ταυτότητες (i), (ii) και (iii).



*(i* *(ii)* *(iii)*

Συνδυασμοί των τριών παραπάνω ταυτοτήτων εφαρμόζονται και αναγνωρίζουν τα μέρη του σχήματος. Τα διακρινόμενα μέρη καταχωρούνται σε τέσσερα ξεχωριστά σύνολα: Α, Β, Γ, Δ. Το σύνολο Α περιέχει 3 τρίγωνα, που προκύπτουν από την εφαρμογή της ταυτότητας (*i*) τρείς φορές. Το σύνολο Β περιέχει 1 τρίγωνο και 1 πεντάπλευρο, που προκύπτουν από την εφαρμογή της ταυτότητας (*i*) και την εφαρμογή της ταυτότητας (*iii*) από μία φορά αντίστοιχα. Το σύνολο Γ περιέχει 2 τετράπλευρα, που προκύπτουν από την εφαρμογή της ταυτότητας (*ii*) δύο φορές. Και το σύνολο Δ περιέχει 1 τετράπλευρο και 1 πεντάπλευρο, που προκύπτουν από την εφαρμογή της ταυτότητας (*ii*) και την εφαρμογή της ταυτότητας (*iii*) από μία φορά αντίστοιχα.



(Α)

(Β)

(Γ)

(Δ)

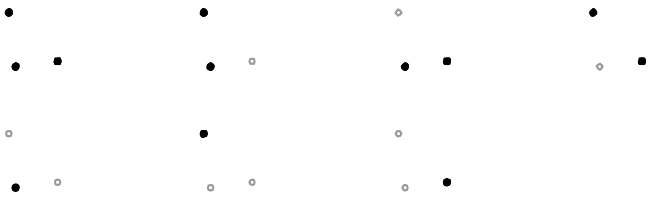
Η ένωση των στοιχείων κάθε ενός από τα σύνολα Α, Β, Γ, Δ συγκροτεί το πλήρες σχήμα. Όμως, τα περιεχόμενα στοιχεία κάθε συνόλου δεν ταυτίζονται ένα προς ένα. Προκύπτει έτσι το παράδοξο ότι κάθε μία απο τις περιγραφές Α, Β, Γ, Δ αντιστοιχεί σε ένα διαφορετικό σχήμα γιατί περιλαμβάνει διαφορετικά άτομα. Αυτό αντιτίθεται στο οπτικό αποτέλεσμα της ένωσης των στοιχείων του κάθε συνόλου, που παραμένει το ίδιο σχήμα. Γίνεται κατανοητό ότι περιγραφές όπως οι Α, Β, Γ, Δ, που δεν διαφέρουν φαινομενικά (ως προς την ένωση των στοιχείων τους) ή σημασιολογικά (ώς προς την αξία που τους αποδίδεται) μπορεί να διαφέρουν δομικά. Και παρότι τα προϊόντα δύο μεθόδων μπορεί να φαίνονται ίδια, η διαδικασία παραγωγής τους μπορεί να διαφέρει. Συχνά επισκιάζεται το γεγονός ότι εκτός από ένα πλαίσιο σημασιολογικής αναφοράς επιλέγει κανείς κι ένα πλαίσιο δομικής οργάνωσης.

Κάθε δομικό πλαίσιο βασισμένο σε σύνολα διακεκριμένων μερών αποδέχεται την ύπαρξη άτμητων στοιχείων (ατόμων), τα οποία συνθέτουν κάθε τι. Ένα παράδειγμα αποτελούν τα γραφικά των υπολογιστών. Τα διοράματα, που βλέπουμε στις οθόνες τους, είναι ορισμένα σαν σύνολα στοιχείων μηδενικής διάστασης και είναι καταχωρημένα στη μνήμη του υπολογιστή με συγκεκριμένο τρόπο. Τα μέρη τους παραμένουν διακεκριμένα και αμετάβλητα. Συνδυάζονται αλλά δεν συντίθενται και δεν επιδέχονται ανάλυση. Η μετάβαση από μία περιγραφή – π.χ. την περιγραφή Α, που περιέχει τρίγωνα – σε μία άλλη – π.χ. την περιγραφή Γ, που περιέχει τετράπλευρα – δεν γίνεται χωρίς νέα διευθέτηση των μερών με τα οποία το σχήμα καταχωρείται στον υπολογιστή. Επιπλέον, η επιλογή οποιουδήποτε δομικού πλαισίου βασισμένου σε σύνολα μερών θέτει συγκεκριμένους περιορισμούς ως προς τις δυνατότητες σύνθεσης και αποσύνθεσης των περιγραφών. Το επόμενο παράδειγμα εξηγεί γιατί. Δύο σημεία σχετίζονται στον χώρο με δύο πιθανούς τρόπους: (1) είναι διακεκριμένα ($x \neq y$), ή (2) ταυτίζονται, δηλαδή συμπίπτουν ($x=y$).

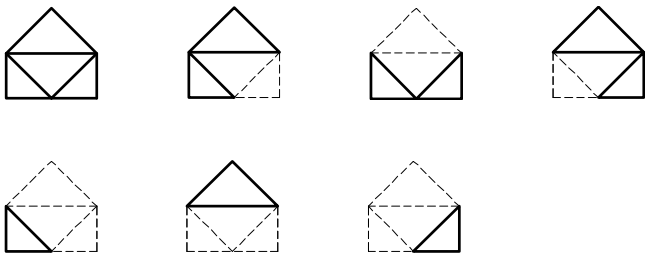
(1) (2)

Όπως παρατηρεί ο Stiny (2001, σελ. 25), μία γραφική σύνθεση αποτελούμενη από 3 σημεία

μπορεί να αποσυντεθεί με τους ακόλουθους 7 τρόπους:



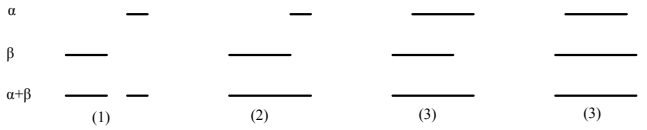
Το ίδιο ακριβώς ισχύει για οποιοδήποτε σχήμα περιγράφεται σαν σύνολο άτμητων μερών. Αν το σχήμα του παραδείγματος περιγραφεί συμβατικά από το σύνολο Α, που περιέχει 3 τρίγωνα, τότε μπορεί να αποσυντεθεί με τους παρακάτω 7 τρόπους.



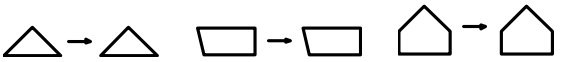
Η παραπάνω περιγραφή θέτει σαφείς περιορισμούς στους εναλλακτικούς τρόπους σύνθεσης και αποσύνθεσης

του σχήματος. Αυτό γιατί τα αδιαίρετα τρίγωνα που τη συγκροτούν συμπεριφέρονται σαν στοιχεία μηδενικής διάστασης (σημεία). Αλλά οι δομικές και οπτικές ιδιότητες των στοιχείων διάστασης μεγαλύτερης από το μηδέν (γραμμών, επιπέδων και στερεών) δεν θέτουν από τη φύση τους τέτοιους περιορισμούς. Το επόμενο γραφικό παράδειγμα με γραμμές εξηγεί γιατί.

Η ενοποίηση δύο συνευθειακών γραμμών στο σχεδιαστήριο δεν συνεπάγεται αναγκαστικά την ταύτιση τους. Δύο ευθύγραμμα τμήματα α, β που τίθενται συνευθειακά (α+β), μπορούν να σχετιστούν με τρείς πιθανούς τρόπους: (1) μπορούν να μην έχουν τίποτα κοινό, (2) μπορούν να μοιράζονται ένα κοινό σημείο, ή (3) μπορούν να μοιράζονται ένα κοινό τμήμα (ή ακόμα, το ένα μπορεί να κείται μέσα στο άλλο):

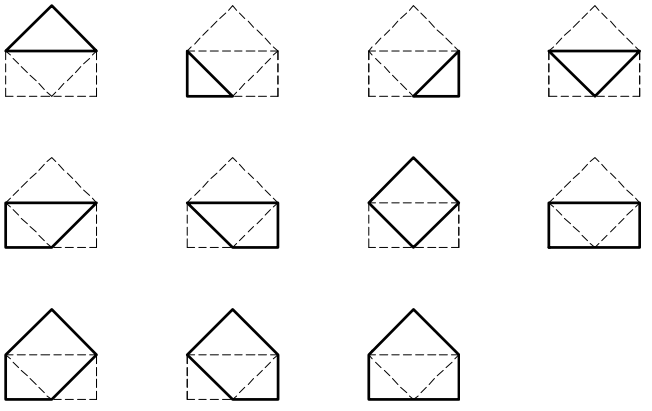



Οι σχέσεις αυτές επιτρέπουν στα μέρη των σχημάτων από γραμμές εκτός από το να είναι διακεκριμένα ($x \neq y$) ή να ταυτίζονται ($x=y$), επίσης και να «συγχωνεύονται» ($x \leq y$). Παρόμοιες σχέσεις ισχύουν για τα επίπεδα και τα στερεά. Έτσι οι μορφές διάστασης ανώτερης από μηδέν, εκτός από το να συνδυάζονται μπορούν να συντίθενται ή να ανταλάσσουν μέρη χωρίς την ανάγκη προαποφασισμένων αρμών. Αν επιστρέψουμε στο γνωστό γραφικό παράδειγμα, οι ταυτότητες (*i*), (*ii*) και (*iii*)



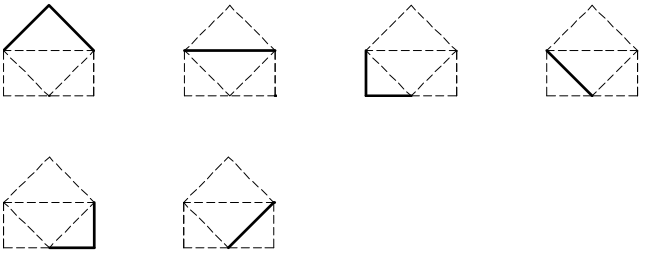
*(i)* *(ii)* *(iii)*

και η σχέση ≤, που δηλώνει οτι «το *x* είναι μέρος του *y*», επιτρέπουν την οπτική και μαθηματική αναγνώριση όλων των κλειστών κυρτών του σχήματος του παραδείγματος. Από πάνω προς τα κάτω: Στην πρώτη σειρά σχημάτων η ταυτότητα (*i*) εφαρμοζόμενη τέσσερις φορές διακρίνει όλα τα τρίγωνα. Στη δεύτερη σειρά σχημάτων η ταυτότητα (*ii*) εφαρμοζόμενη τέσσερις φορές διακρίνει όλα τα τετράπλευρα. Και στην τρίτη σειρά σχημάτων η ταυτότητα (*iii*) εφαρμοζόμενη τρείς φορές διακρίνει όλα τα πεντάπλευρα.

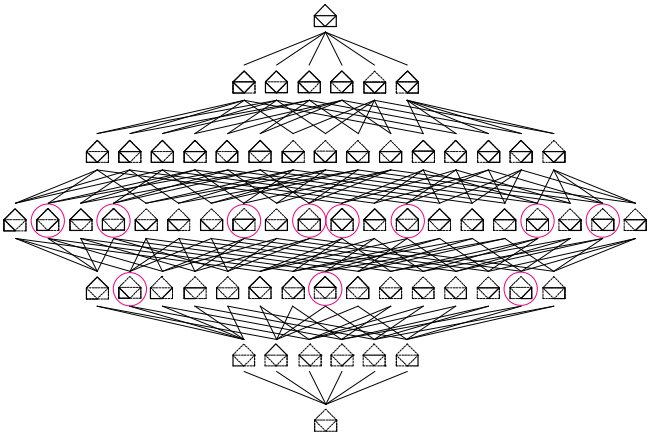


Τα σχήματα αυτά είναι ό,τι μπορεί να διακρίνει κανείς οπτικά και να εκφράσει μαθηματικά. Ο συγκεκριμένος τρόπος παρατήρησης ισοδυναμεί με ό,τι ο Wittgenstein αποκαλούσε «*δές, χωρίς να σκέφτεσαι*» (1953, §66, σελ. 31), προτρέποντας τον ερευνητή και τον φιλόσοφο να απαλλαγούν από Πλατωνικούς προϊδεασμούς και να εμπιστεύονται τα μάτια τους. Όμως, για να περιγραφεί το σχήμα του παραδείγματος έτσι ώστε να είναι δυνατή η διάκριση των παραπάνω έντεκα κυρτών στον υπολογιστή, απαιτείται μία πιο επιτηδευμένη προσέγγιση.

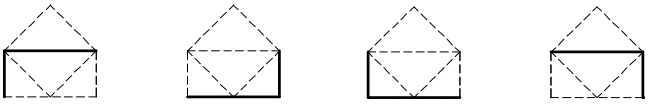
Το σχήμα πρέπει να αποκτήσει συγκεκριμένα, μόνιμα μέρη. Η επόμενη δομή αποτελούμενη από 6 άτομα καταχωρημένα στη μνήμη του υπολογιστή, επιτυγχάνει το ζητούμενο.



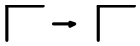
Πρόκειται για ένα σύνολο με 6 στοιχεία που ορίζει μία νέα τοπολογία και μία άλγεβρα Boole για το σχήμα. Το πλήθος των πιθανών υποδιαιρέσεων του είναι $2^6$=64. Περιλαμβάνει 63 σχήματα που προκύπτουν σαν συνδυασμοί των 6 ατόμων και το «κενό σχήμα». Ένα διάγραμμα Hasse, απεικονίζει τη νέα τοπολογία. Σε κύκλο σημειώνονται τα έντεκα κυρτά σχήματα (τρίγωνα, τετράπλευρα και πεντάπλευρα) που διακρίνονται από τις ταυτότητες (i), (ii) και (iii).



Στην παραπάνω διευθέτηση των μερών του σχήματος, έχει ενδιαφέρον να παρατηρήσει κανείς ότι αγνοούνται πολλές από τις πιθανές υποδιαιρέσεις του. Για παράδειγμα, οι επόμενες υποδιαιρέσεις δεν περιλαμβάνονται στην τοπολογία:

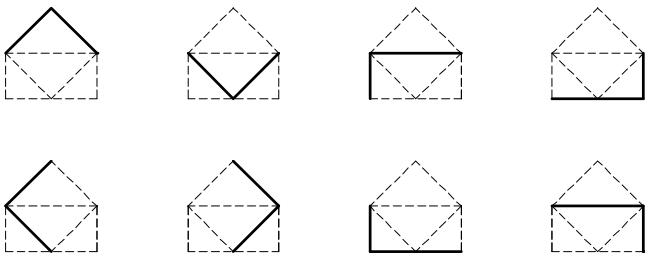


Αν το σχήμα «διαβαστεί» σαν μία συγκρότηση από ορθές γωνίες, η προηγούμενη διευθέτηση των μερών του είναι ακατάλληλη. Η νέα προσέγγιση εκφράζεται από μία νέα ταυτότητα (iv):

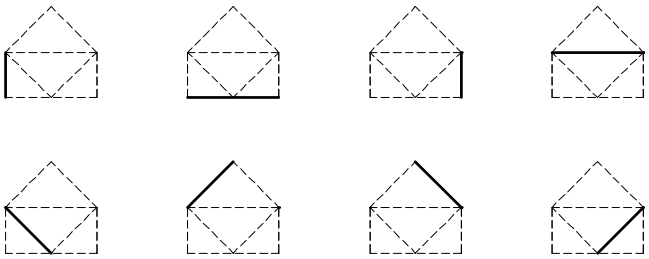


*(iv)*

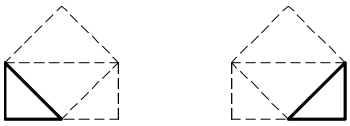
Η εφαρμογή της νέας ταυτότητας μεταβάλει τον τρόπο της οπτικής και δομικής οργάνωσης του σχήματος. Μία νέα περιγραφή προκύπτει και νέα μέρη αναδεικνύονται:



Για να περιγραφεί το σχήμα έτσι ώστε να είναι δυνατή η ανάδειξη των 8 παραπάνω μερών στον υπολογιστή, απαιτείται η συγκρότηση μίας δομής που περιλαμβάνει τα ακόλουθα 8 άτομα:



Ορίζεται έτσι μία νέα τοπολογία για το σχήμα και μία άλγεβρα Boole που περιλαμβάνει 255 υποδιαιρέσεις. Για συντομία δεν θα παρουσιαστούν εδώ. Είναι όμως αξιοσημείωτο ότι η νέα περιγραφή είναι ασυμβίβαστη με την προηγούμενη. Για παράδειγμα στη νέα τοπολογία δεν περιλαμβάνονται τα δύο τρίγωνα της βάσης:



Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι τα δύο τρίγωνα δεν προκύπτουν από κανένα συνδυασμό των 8 ατόμων και άρα παύουν να αποτελούν αναγνωρίσιμες υποδιαιρέσεις του σχήματος. Ανάλογα προβλήματα προκύπτουν συχνά μεταξύ περιγραφών με σύνολα στοιχείων, που συγκροτούνται από διαφορετικά άτομα. Η μετάβαση από τη μία περιγραφή στην άλλη δεν είναι πάντα δυνατή. Το παραπάνω αφαιρετικό παράδειγμα υπογραμμίζει ότι η επιλογή ενός συγκεκριμένου τρόπου δόμησης μίας περιγραφής επιβάλει περιορισμούς και έχει συνέπειες. Βέλτιστες δομές, ικανές να ικανοποιούν πολλαπλές συνθετικές και οπτικές προσεγγίσεις γίνονται γνωστές μόνο αναδρομικά, όταν η συνθετική δράση έχει τελειώσει. Ποτέ εκ των προτέρων. Το γεγονός αυτό κάνει προβληματική τη συγκρότηση περιγραφών με σύνολα στοιχείων στο πλαίσιο μίας «ανοιχτής» συνθετικής διαδικασίας.

Ανακεφαλαιώνοντας, η αρχή της ταυτότητας αποτελεί φορμαλιστική διατύπωση μίας πράξης αναγνώρισης. Η διαδοχική εφαρμογή ενός κανόνα ταυτότητας A→A σε ένα σχήμα C αφήνει τη μορφή του σχήματος άθικτη και διακρίνει τα μέρη που το συγκροτούν. Η δράση της είναι να εξασφαλίζει ότι ένας οποιοσδήποτε γεωμετρικός μετασχηματισμός *t* (μετακίνηση, περιστροφή, ανάκλαση, σμίκρυνση ή μεγέθυνση) του σχήματος A (που εμφανίζεται στην έκφραση του κανόνα A→A), γίνεται μία αναγνωρίσιμη υποδιαίρεση του σχήματος C (που είναι το αντικείμενο της παρατήρησης). Μία δομή ορίζεται για το σχήμα όταν αναγνωριστούν όλα τα μέρη του. Η δομή ενός σχήματος ορίζεται μαθηματικά και οπτικά με άπειρους εναλλακτικούς τρόπους ανεξάρτητα από τη μορφή του. Το «σχήμα του παραδείγματος» περιγράφηκε διαδοχικά από τις εξής δομές:

{1 τρίγωνο & το παραπληρωματικό} {3 τρίγωνα}

{3 ορθές γωνίες & 3 γραμμές} {8 γραμμές}

Στις παραπάνω δομές διακρίνονται τριών ειδών «τρίγωνα»:

{1 κλειστή γραμμή}

{1 ορθή γωνία & 1 γραμμή} {3 γραμμές}

Δύο ειδών «παραλληλόγραμμα»:

{2 ορθές γωνίες & 1 γραμμή} {4 γραμμές}

Και δύο ειδών «πεντάπλευρα»:

{3 ορθές γωνίες} {5 γραμμές}

Κάθε μία από τις παραπάνω ομάδες σχημάτων περιλαμβάνει διαφορετικές δομικά διατάξεις στις οποίες κατά σύμβαση αποδίδεται κάποιο γενικό όνομα: το «σχήμα του παραδείγματος», το «τρίγωνο», το «παραλληλόγραμμο» ή το «πεντάπλευρο» δεν ορίζονται κατ' αποκλειστικότητα με κανέναν από τους παραπάνω τρόπους. Άπειρες επιπλέον ενότητες από μέρη μπορούν να τα περιγράψουν με πληρότητα χωρίς κάποια να αποκτά προτεραιότητα. Μοναδικό σταθερό γνώρισμα κάθε σχήματος από γραμμές, επίπεδα, ή στερεά είναι η μορφή του. Η δομή και το νοήμα του αποτελούν προϊόν της δράσης του παρατηρητή. Το γεγονός αυτό κάνει πολλούς ερευνητές της πληροφορικής να μιλούν για πληροφοριακή αμφισημία ή ακαθοριστία (*ambiguity*) των σχημάτων. Νομίζω πως τα σχήματα δεν είναι «αμφίσημα», ούτε «ακαθόριστα». Είναι σαφή για όποιον ενδιαφέρεται να δεί. Απλώς, μεταδίδουν ένα είδος πληροφορίας ποιοτικά διαφορετικό από την πληροφορία που μεταδίδουν οι συμβολικές περιγραφές με στοιχεία μηδενικής διάστασης (σημεία, σύμβολα, γράμματα, αριθμούς). Όταν σύνολα στοιχείων μηδενικής διάστασης αναλαμβάνουν να περιγράψουν μορφές διάστασης ανώτερης από το μηδέν, τότε η ιδιαιτερότητα αυτής της πληροφορίας υποβαθμίζεται.

Οι γραφικές παραστάσεις των υπολογιστών αποτελούν ένα παράδειγμα. Απαιτούν από τις μορφές να έχουν συγκεκριμένα μέρη που ταιριάζουν ένα προς ένα, όπως τα στοιχεία των συνόλων που τις περιγράφουν. Όταν όμως μία μορφή καταχωρηθεί στη μνήμη του υπολογιστή σαν ένα συγκεκριμένο σύνολο στοιχείων, τότε παύουμε να έχουμε πρόσβαση στη μορφή καθεαυτή (αριστερά) και μεταχειριζόμαστε κάποια καταχωρημένη περιγραφή της (δεξιά).

{μια συνεχής κλειστή γραμμή} → τρίγωνο
{μια γωνία & μια γραμμή} → τρίγωνο
{τρείς γραμμές} → τρίγωνο

Η καταχωρημένη περιγραφή διευκολύνει τον συστηματοποιημένο ή τυχαίο συνδυασμό και την αποθήκευση των γραφικών. Στερεί ,όμως, από τις μορφές την πιο χαρακτηριστική τους ιδιότητα: αυτή της ελεύθερης σύνθεσης και αποσύνθεσης. Η ιδιότητα αυτή αποδεικνύεται κρίσιμη στα δημιουργικά στάδια της σύνθεσης (Knight 2003, Kotsopoulos 2005).

## 4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Οι προηγούμενες διαπιστώσεις οδηγούν σε μερικές γενικότερες σκέψεις. Κατ' αρχήν, γίνεται κατανοητό ότι οι οπτικές και μαθηματικές ιδιότητες των στοιχείων μηδενικής διάστασης (σημείων, συμβόλων, γραμμάτων, αριθμών) διαφέρουν από τις ιδιότητες των στοιχείων διάστασης μεγαλύτερης από το μηδέν (γραμμών, επιπέδων, στερεών). Περιγραφές που συγκροτούνται από στοιχεία μηδενικής διάστασης έχουν διακεκριμένα μέρη, επιτρέπουν την εφαρμογή συγκεκριμένων ταυτοτήτων και διαθέτουν προδιαγεγραμένους τρόπους σύνθεσης, αποσύνθεσης και ερμηνείας. Περιγραφές που συντίθενται από στοιχεία διάστασης μεγαλύτερης από το μηδέν επιτρέπουν την εφαρμογή άπειρων εναλλακτικών ταυτοτήτων και δεν θέτουν δομικούς ή ερμηνευτικούς περιορισμούς.

Ακόμα, η αναλογική περιγραφή μίας μορφής στο σχεδιαστήριο λαμβάνει διαφορετική μαθηματική και οπτική έκφραση από την ψηφιακή περιγραφή στον υπολογιστή. Η διαφορά μεταξύ της αναλογικής και της ψηφιακής περιγραφής μπορεί να συνοψιστεί χονδρικά από τη διαφορά μεταξύ των εννοιών του *όλου* και του *συνόλου*. Στην αναλογική περιγραφή, οι μορφές συγκροτούνται σαν *ολότητες* χωρίς καθορισμένα μέρη. Η δομή τους παραμένει «ανοιχτή» για ερμηνεία και για επαναπεριγραφή. Στην ψηφιακή περιγραφή οι μορφές καταχωρούνται στη μνήμη του υπολογιστή σαν *σύνολα* με συγκεκριμένα μέλη. Η δομή τους παραμένει αμετάβλητη, διευκολύνοντας τον κάθε είδους συνδυασμό, αλλά όχι τη σύνθεση.

Ο Stiny (1982, σελ. 365) επισημαίνει για τη φύση των σχημάτων με γραμμές: «*Κάθε σχήμα είναι ένα χωρικό όλο. Μία πιθανώς ασυνεχής διάταξη περατών γραμμών, που έχει σαν μέρη άλλα σχήματα που ορίζονται με οποιοδήποτε τρόπο, είναι διακεκριμένα ή αλληλοκαλύπτονται. Άρα, κανένα σχήμα, έστω και μία απλή γραμμή, δεν μπορεί να ταυτιστεί με ένα μοναδικό σύνολο γραμμών, γιατί υπάρχουν άπειρα τέτοια*». Ιστορικό προηγούμενο αυτής της προσέγγισης αποτελούν η θεωρία του *δυνητικά απείρου,* που διατυπώθηκε από τον Αριστοτέλη και η αρχή της *ομοιομέρειας* που διατυπώθηκε από τον Αναξαγόρα. Ο Αριστοτέλης θεωρεί ότι κάθε πεπερασμένο μέγεθος, όπως μία γραμμή, περιέχει *δυνητικά* το *άπειρο*, καθώς διαιρείται σε άπειρα μέρη ($994^b$ 22-30). Ο Αριστοτέλης απορρίπτει την πιθανότητα γένεσης ενός διαιρετού μεγέθους όπως η γραμμή από το άθροισμα αδιαίρετων στοιχείων, όπως τα σημεία ($1001^b$ 1-25). Ο Αναξαγόρας διατυπώνει την άποψη ότι κάθε τι είναι διαιρετό σε άπειρα μέρη: «*Ακόμα και το ελάχιστο δεν είναι το πιο μικρό, γιατί υπάρχει πάντα μικρότερο*» (Fr 3, 12). Η αρχή της *ομοιομέρειας* διασφαλίζει πως κάθε μέρος διατηρεί τα χαρακτηριστικά της ουσίας από την οποία προέρχεται: μία γραμμή είναι διαιρετή σε άπειρα μέρη που παραμένουν πάντα γραμμές. Ο Αναξαγόρας θεωρεί πως το σύμπαν είναι αποτέλεσμα ποιοτικής διαφοροποίησης (*αλλοίωσης*) ενός αδιαφοροποίητου «*κοσμικού μείγματος*». Ο ορατός κόσμος προκύπτει από τη *διάκριση*, το *συνδυασμό* ή τη *συγχώνευση* συστατικών του μείγματος αυτού (Sandywell 1996, σελ. 371).

Η δυνατότητα εναλλακτικής οργάνωσης των μορφών του χώρου επιδρά καταλυτικά στους τρόπους αντίληψης και κατανόησης του κόσμου που μας περιβάλλει. Οι τρόποι αυτοί μεταβάλλονται σε συνάρτηση με τις συνθήκες, τις προτεραιότητες και τους στόχους του παρατηρητή. Και οι δομές αλλάζουν με την επίδραση διαφορετικών τρόπων οργάνωσης. Οργάνωση, σύνθεση, αποσύνθεση και σύγκριση μερών και όλων είναι οι πράξεις που συμβάλλουν στην ανάδυση νέων κόσμων. Τα αφαιρετικά παραδείγματα με

γραμμές που παρουσιάστηκαν δείχνουν ότι η συγκρότηση ενός Πλατωνικού σύμπαντος βασισμένου σε ένα σύστημα που αποδέχεται διακεκριμένα φαινόμενα ως «πρωτογενή» ή ατομικά θα προξενούσε δισεπίλυτα προβλήματα στην εκδήλωση της δημιουργικής εξέλιξης στον κόσμο.

Δύο είναι οι γενικοί τρόποι εκδήλωσης της δημιουργικής μεταβολής: η *απόκλιση* και η *εξέλιξη*. Οι δύο τρόποι δημιουργικής μεταβολής αντιστοιχούν σε δύο τρόπους υπολογισμού:

(α) Η δημιουργική *απόκλιση* από το καθιερωμένο έχει τον χαρακτήρα του απροσδόκητου, προκαλεί έκπληξη, αλλά επιδέχεται ντετερμινιστική ανάλυση και περιγραφή. Η *απόκλιση* είναι παράγωγο συστηματικού ή τυχαίου *συνδυασμού* ή *μετασχηματισμού*. Κατά τον συνδυασμό, τα ατομικά στοιχεία της υπάρχουσας περιγραφής (ή τα παράγωγα τους) συνδυάζονται σύμφωνα με κάποιες περισσότερο ή λιγότερο πολύπλοκες ντετερμινιστικές διαδικασίες. Κατά τον μετασχηματισμό (μετακίνηση, περιστροφή, ανάκλαση κλπ.) ένα σύνολο ατομικών στοιχείων της υπάρχουσας περιγραφής αντικαθίσταται από ένα άλλο, σύμφωνα με μία πράξη αντιστοίχισης. Η πράξη αυτή προσδιορίζει τον τρόπο αντικατάστασης από την αρχική στην τελική κατάσταση.

(β) Η δημιουργική *εξέλιξη* ισοδυναμεί με την επινόηση μίας νέας περιγραφής. Είναι ένα λογικό συμπέρασμα που δεν συνάγεται από κανένα συνδυασμό των δεδομένων, αλλά επαναπροσδιορίζει τις λογικές του προϋποθέσεις. Η *εξέλιξη* είναι παράγωγο της *συγχώνευσης* και της *επαναπεριγραφής*. Κατά τη συγχώνευση η ατομικότητα των στοιχείων που συγκροτούν την υπάρχουσα περιγραφή καταργείται, επιτρέποντας να συντελεστεί μία ποιοτική αλλαγή (*αλλοίωση* κατά τον Αναξαγόρα). Η εφαρμογή νέων ταυτοτήτων κάνει δυνατή την ανάδυση νέων μερών και νέων ιεραρχιών, συντελώντας στην επαναπεριγραφή των δεδομένων.

Ο πρώτος τρόπος υπολογισμού (*συνδυασμός – μετασχηματισμός*) συνοψίζει τις μεθόδους που ακολουθούνται στις περιγραφές των ψηφιακών υπολογιστών. Είναι έκφραση της κλασικής πλατωνικής προσέγγισης του «διαίρει και βασίλευε». Ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού (*συγχώνευση – επαναπεριγραφή*) συνοψίζει τις μεθόδους που ακολουθούνται στις περιγραφές του σχεδιαστηρίου (ή του τελάρου). Είναι έκφραση της εμπειριοκρατικής προσέγγισης του «βλέποντας και κάνοντας». Και οι δύο τρόποι μπορούν να καταλήξουν σε «πρωτότυπα» αποτελέσματα. Ποιοτική μεταβολή συντελείται, όμως, μόνο κατά τη δημιουργική εξέλιξη.

Αναζητώντας λύση σε ένα συνθετικό πρόβλημα γίνεται αναγκαίο να μεταβάλουμε την οπτική μας ξανά και ξανά. Η αντίληψη μας είναι κατ' αρχήν ελλιπής, διαφορετική όταν έχουμε κάνει κάποια πρόοδο και διαφορετική όταν έχουμε καταλήξει σε κάτι. Προέχει η προσπάθεια κατανόησης και αναγνώρισης πιθανών στοιχείων και σχέσεων και η διατύπωση ενός πιθανού σχεδίου δράσης. Ακολουθεί η εκτέλεση του σχεδίου και η αναδρομική επισκόπηση των αποτελεσμάτων. Η διαδικασία αυτή δεν στηρίζεται στο συνδυασμό κάποιων αναλλοίωτων δεδομένων. Ξεκινά από την περιγραφή ενός πιθανού κόσμου τον οποίο επινοούμε και στην πορεία κρίνουμε, μετατρέπουμε και ξαναπεριγράφουμε. Μεγάλο μέρος της διαδικασίας βασίζεται στην αποσυναρμολόγηση και τη συναρμολόγηση, που συχνά συμβαίνουν παράλληλα. Αναγνώριση, οργάνωση, συγχώνευση, επαναπεριγραφή και σύγκριση «μερών» και «όλων» είναι οι πράξεις που συμβάλλουν στην οργάνωση νέων κόσμων. Η συγκρότηση εναλλακτικών περιγραφών βασίζεται στη διαίρεση και την ένωση: Από τη μία διαίρεση ενός «όλου» σε μέρη, καταμερισμός σε υποκατηγορίες, ανάλυση σε στοιχεία και συνιστώσες, επισήμανση διαφορών κλπ. Κι από την άλλη ένωση ενός «όλου» από μέρη και υποκατηγορίες, συνδυασμός ιδιοτήτων, οργάνωση σχέσεων κλπ. Συχνά η διαδικασία υποβοηθείται με την επινόηση ονομάτων, χαρακτηρισμών, χειρονομιών και συμβόλων. Η εγκαθίδρυση τέτοιων συμβάσεων είναι προιόν της κατηγοριοποίησης σε ενότητες και σε είδη. Τίποτα, όμως, δεν συντηρεί τη δομή και το νόημα του αναλλοίωτο. Κι επειδή τίποτα δεν παραμένει διαρκώς αμετάβλητο, όπως και τίποτα δεν μεταβάλλεται διαρκώς, τίποτα δεν «προϋπάρχει» από κάτι άλλο. Τίποτα δεν είναι «πρωτογενές» παρά μόνο σχετικά με το ισχύον περιγραφικό πλαίσιο.

Η εκδήλωση της δημιουργικής εξέλιξης σε έναν κόσμο είναι αλληλένδετη με την εφαρμογή ενός κανόνα ταυτότητας, που βρίσκεται σε ασυμφωνία με τον τρόπο δόμησης της υπάρχουσας περιγραφής του.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ


Aristotle, *Prior and Posterior Analytics*, Ross W D, 1949, Oxford University Press, $77^b$ 5-40, $100^a$ 3-19

Aristotle, *Physics*, Ross W D, 1936, Oxford University Press, $193^a$ 9-17, $193^b$ 6-12

Aristotle, *Metaphysics*, Ross W D, 1924, Oxford University Press, vol. I, $994^b$ 22-30, $1001^b$ 1-25

Descartes R, "Reply to Objections V", *The Philosophical Works of Descartes*, Haldane E, Ross G T R, Cambridge University Press, 1976, σελ. 227-228

Economou A, 2001, "Four Algebraic Structures in Design", *Proceedings of the 21st Annual Conference of the Association for Computer-Aided Design in Architecture*, ed. Wasim J, Buffalo, New York, σελ. 192-201

Fish S, 1980, *Is There a Text in this Class?* Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, σελ.8-12

Hume D, *A Treatise of Human Nature*, Norton D, Norton M, Oxford University Press, 2001, σελ. 38, 165,

Kant E, *Critique of Pure Reason*, μτφ. Gayer P, Wood E, Cambridge, 1998, σελ. 111, 273

Knight T, 2003, "Computing with ambiguity" *Environment and Planning B: Planning and Design* 30(2) 165 – 180

Kotsopoulos S, 2005, *Constructing Design Concepts*, Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology

Krstic D M, 1996, *Decompositions of shapes*, Ph.D. Dissertation, University of California Los Angeles

Leibniz G W, 1686, "General Inquiries about the Analysis of Concepts and of Truths", *Logical Papers*, Parkinson G H R, Oxford University Press, 1966, σελ. 52-53

Leonard H, Goodman N, 1940, 'The calculus of individuals and its uses', *The Journal of Symbolic Logic* vol. 5, Num. 2, σελ. 45-55

Lesniewski S, 1913, "Czu prawda jest tylko wieczna czu tez wieczna I odwieczna?" (μτφ. «Είναι η αλήθεια μόνο αιώνια, ή είναι και αιώνια και αέναη;»), Nowe Tory, vol. 18

Lesniewski S, 1927 - 1931, "O podstawach matematyki" Przeglad Filozoficzny, vol. 30, σελ. 164-206, vol. 31, σελ. 261-291, vol. 32, σελ. 60-101, vol. 33, σελ. 77-105, vol. 34, σελ. 142-170

March L, 1996, "The smallest interesting world?" *Environment and Planning B: Planning and Design* 23(2), σελ. 133-142

Plato, *Republic*, μτφ. Cornford F M, Oxford University Press, 1941, σελ. 221-226

Quine W V, 1950, "Identity, ostension, and hypostasis", *The Journal of Philosophy*, Vol. 47, No. 22, σελ. 621-633

Sandywell B, 1996, *Presocratic Reflexivity: The Construction of Philosophical Discourse c.600-450 BC, Logological Investigations*, vol. 3, σελ. 368-372

Stiny G, 1982, "Shapes are individuals", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 9, σελ. 359-367

Stiny G, 1993, "Boolean algebras for shapes and individuals", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 20, σελ. 359-362

Stiny G, 1994, "Shape rules: closure, continuity, and emergence", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 21, σελ. s49-s78

Stiny G, 1996, "Useless rules", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 23, σελ. 235-237

Stiny G, Gipps J, 1972, "Shape grammars and the generative specification of painting and sculpture", *Information Processing* 71, North Holland Publishing Company

Stiny G, 2001, "How to calculate with shapes?" *Formal Engineering Design Synthesis*, Antonsson K E, Cagan J, Cambridge University Press, σελ. 20-64

Tarski A, 1929, "Les fondements de la geometrie des corps", *Annales de la Societe Polonaise de Mathematique*, 1956, "Foundation of the geometry of solids", Logic, Semantics, Metamathematics, Clarendon Press, σελ. 24-29

Whitehead A, 1919, *An enquiry concerning the principles of natural knowledge*, Cambridge University Press

Whitehead A, Russell B, 1910-13, *Principia Mathematica*, Cambridge University Press, I-III, τομ. I, σελ. 57

Wittgenstein L, 1953, *Philosophical Investigations*, von Wright G H, Rhees R, και Anscombe G E, εκδότες, Basil-Blackwell, σελ. 31

Wittgenstein L, 1956, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, von Wright G H, Rhees R, και Anscombe G E, εκδότες, Basil-Blackwell, σελ. 422-424

**Σωτήριος Δ. Κωτσόπουλος**
Αρχιτέκτων Μηχανικός ΕΜΠ, Δρ MIT Τμήμα Σχεδιασμός & Υπολογισμού 129 Φράνκλιν 203, Κέιμπριτζ MA02139 ΗΠΑ.

*Extended summary*

# The Function of Identity in Design Systems

**SOTIRIOS D. KOTSOPOULOS**
Architectural Engineer N.T.U.A,

*Summary*
*The paper examines the function of the concept of identity in the context of analogue and digital design systems. The approach falls within the stream of research of shape computation theory. After a brief sketch of the historical and logical origin of identity, the application of identities on forms made out of points, lines, planes and solids is discussed. The paper does not focus on the mathematical details, which can be found in Stiny 1982, 1993, 1994, 1996. Based on the mathematical and visual attributes of the basic elements of space, the presentation of examples with lines and points demonstrates that in design one selects a framework of structural organization, which has great implications for the production of designs. The implications of selecting a framework based on indivisible elements, in the composition and decomposition forms and in their description by digital computers, are also discussed.*

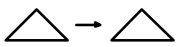
There is a way of thinking that demands everything to derive from something "primitive". This preserves its identity through the succession of changes ensuring that the new refers to the precedent. The above view, introduced by Plato and set out by Descartes, Leibniz and Kant, causes significant problems in the way we can explain the manifestation of creative evolution in the world, in design, in history, and in politics. It is the opinion that every thing sustains its structure and meaning (if something is A, it is A) and guarantees that between any two contradictory judgments on the same subject, only one can be true (something cannot be A and not-A). This proposal is founded on the logical principle of identity. In logic, identity summarizes formally the ability to distinguish the "same" from the "different", and recapitulates the skill to discern the parts of things. But being able to determine the parts of things also enables one to determine their meaning. This ability has remarkable logical, aesthetic, and political consequences.

The historical and logical origin of identity lies in the debate on the existence or non-existence of general Platonic objects. In Πολιτεία (VI 509) Plato refers to the existence of certain ideal forms, which serve as prototypes. According to Plato, the mind moves towards the general truths that are not hypotheses, without the mediation of images but via the ideal forms with which it conducts syllogisms. For example, students of geometry do not reason about the sketches, but about their ideal prototypes. Plato (X 596) suggests that the principles governing the relationship between visible and intelligible geometrical objects apply to all objects. Thus, the "ideal bed" exists only in the world of the ideal forms, the bed made by the carpenter is a copy of the ideal and the representation of a bed is a copy of the copy (X 597). Aristotle ($77^b$ 5-40) argues that mathematicians do not handle ideal objects, but numbers and forms that become perceptible in the real world. Aristotle (100a 3-19) points out that the general objects are products of our ability to categorize perception: from the instances, to the species, the genders, and finally to the general objects, which "are not innate, or predetermined, neither are developed in connection with other superior levels of the intellect, beyond the perceptions of the senses". In modern philosophy, Descartes claims that perception serves only as an occasion for the mind to produce an interpretation according to certain preexisting modes of cognition. Thus, he maintains, (V 2: 227) a badly drawn triangle is perceived as deformed, since the intellect attempts to match it with the ideal form. Leibniz (C 362) suggests that the mind advances towards the general truths through the law of identity. And Kant's theory of schematism (A 140) outlines an apparatus for the association of perception with the categories of the ideas, without allowing the external stimuli to determine our internal mental disposition. Hume is the first modern philosopher to deny our ability to access a priori knowledge. Hume finds (1.2.4) the need for the existence of any idea prior to the presence of the form itself absurd, and he maintains (1.2.6) that the general objects emerge "by error" when scattered impressions are identified as identical.

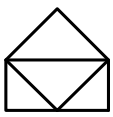
Traditional mathematical logic approaches the existence of general objects through the theory of sets. A collection of elements with a common attribute (i.e. "x is a bed") forms a set. An identity applied to the set A (of beds) is a function I (x): $x \rightarrow x$ that matches each member x of A to itself. Two sets are equal when they have the same members. But in practice, the

*Submitted: Dec. 10, 2007 Accepted: Jan. 14, 2008*

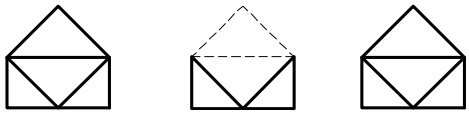
identification of real objects (like beds) concerns "wholes" that may have different parts. Lesniewski (1913) considered the notion of a set not as a "collection of members", but as a "sum of parts", or an "individual". In Lesniewski's terms, what we generally recognize as "bed" emerges as the sum total of all its known instances. An individual is a concrete sum without fixed parts, while a set is a collection of fixed members that are decided by some general definition. The logical system introduced by Lesniewski (1927, 1928, 1929, 1930, 1931) provided the foundation for mereology (after the Greek μέρος). Mereological systems were also proposed by Whitehead (1919), Tarski (1929), and Leonard & Goodman (1940). The concepts of identity, set, part and whole were also explored within the nominalistic systems of Quine and Goodman. Wittgenstein (1956, pp. 422-424) anticipated that if calculations with spatial forms were important in everyday life, then several mathematical notions would change unexpectedly. This hypothesis was examined rigorously by Stiny and Gipps (1972) who founded shape computation theory. Shape computation theory examines the mathematical properties and the applications of calculations with 0, 1, 2, and 3-dimensional elements. The empirical basis for the theory was the observation that artists and architects perform calculations with points, lines, planes, and solids. An artwork, or an architectural design, is a finite description, consisting of finite parts, produced in finite time. In shape computation theory, production rules of the form A→B are used to construct generative design systems, where designs are treated as "expressions" within spatial languages. A shape grammar is the system of syntactical-interpretative rules that governs the construction of a specific language. Within the shape computational framework, an identity is expressed by a production rule of the form A→A. For example, an identity distinguishing triangles is depicted:



In the paper, a shape made out of lines is approached in alternative ways via the application of alternative identity rules.



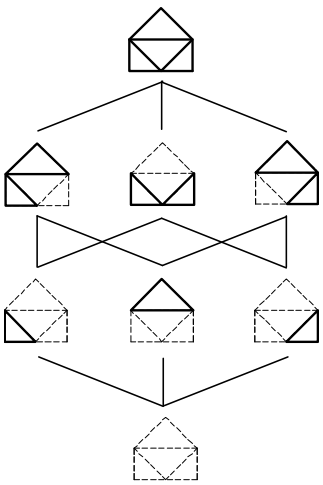
For example, the distinction of a triangle from the above shape amounts to the application of the identity rule that distinguishes triangles. The application of the rule is described as a calculation (Stiny 1996) by the relation: [C-t(A)] + t(A). There are two stages in the calculation. First, a transformation t of the shape A (which appears in the rule expression) is removed from C. In symbols: C- t(A). Second, the same transformation t of the shape A is added to bring C to its initial condition. In symbols: [C- t(A)] + t(A).



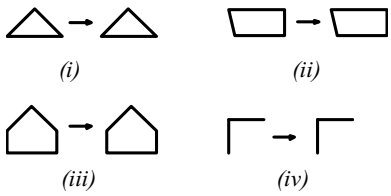
C C–*t*(A) [C-t(A)] + t(A)

The application of an identity on an instance C of any shape leaves the form of the shape alone, and it modifies its structure. The identity ensures that some transformation t (translation, rotation, reflection, scaling) of the shape A (which appears in the expression of the rule) becomes an identifiable subdivision of C. A structure is determined for C when all its parts are identified. This may require the application of one or more identities.

The application of the identity rule that distinguishes triangles, three times, renders a structure containing 3 triangles. It organizes a topology and a Boolean algebra for the shape, which is illustrated next in a Hasse diagram.



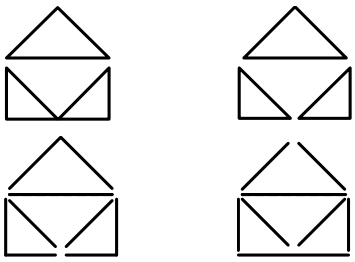
A Boolean algebra is the partial order on the subdivisions of the shape, formed by the ≤ relation. It organizes the parts of the shape into equivalence classes. Boolean algebras form lattices and have a recursive structure apparent in their Hasse diagrams. The Hasse diagram for a Boolean algebra of order n illustrates the partition between the left and right halves of the lattice, each of which is the Boolean algebra on n-1 elements. In the example, Boolean algebras are used to describe alternative structures for the shape, as these emerge from the application of alternative identities. The next four identities are applied to distinguish parts from the shape of the example:



*(i)* *(ii)*

*(iii)* *(iv)*

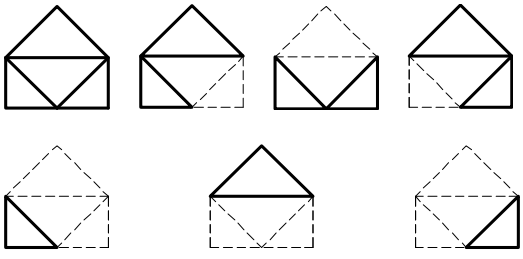
The structure of the shape is arranged by the above identities in the four ways:



From left to right: The first structure allows picking 1 triangle, after applying identity (i) once; The second structure allows picking 3 triangles, after applying identity (i) three times; The third structure allows picking all convex shapes (triangles, 4-sided, and 5-sided) after applying the identities (i), (ii) and ftii) at will; And the fourth structure allows picking all 8 right angles, after applying the identity (iv) eight times.

The atoms that constitute the four structures can be depicted by four sets. The union of the members of each set renders the initial shape. But although the overall form of the shape remains the same, each of the set-descriptions corresponds to a different shape, because it involves different atoms. The example shows that descriptions, which may not differ visually or semantically, can differ structurally. Frameworks of structural organization based on sets require the parts of descriptions to remain specific. This has implications for the composition and decomposition forms. Also, the application of identities is restricted: identities that are not free to apply to the parts may be necessary for moving from one description to another. For example, the third structure (from left to right) allows one to pick all 3 triangles, which are also the primitives of the second structure. But, the second structure does not allow one to pick any 4-sided or 5-sided convex shapes, which are the shapes one can pick in the third structure.

If the shape of the example is described as a set of 3 atomic triangles there exist 7 possible decompositions, at most:



The above decompositions imply that one is restricted to access the parts of the shape in a predetermined manner. This happens because the triangles are undivided, and they behave like points. Stiny (2001) emphasizes that such a constraint is not inescapable: normally, any shape of dimension greater than zero can be structured by identities in infinitely many ways. The sole requirement is to establish the normal attributes of lines, planes and solids, and to avoid treating them like points. More specifically: Points can be discreet ($x \neq y$), or can coincide ($x=y$); Lines, planes, and solids can also be "part of" one another ($x \leq y$). The relation $\leq$ allows forms of dimension greater than zero, not only to combine, but also to fuse and exchange parts without fixed joints. In a framework of structural organization based on points, descriptions are arranged with fixed parts. In a framework based on lines, planes, or solids, descriptions are organized without permanent parts. Digital systems are a good example. The digital descriptions of shapes are registered in the memory of the computer as specific sets of parts. Therefore, one can only access the specific, registered parts. While digital description simplifies the process of combining and storing this information, it deprives spatial forms of their most essential attribute: that of unrestricted composition and decomposition. This attribute becomes crucial in the creative stages of the design process (Knight 2003, Kotsopoulos 2005).

Finally, the presented examples with points and lines show that the constitution of a "Platonic universe" based on a system of elementary, discreet and permanent phenomena would cause problems in the manifestation of creative evolution. Creative change is manifested in two ways:

(a) As creative deviation. Deviations from the established norm can occur systematically, or randomly, via combination, or transformation. In this case, the atoms of a description, or their derivatives, can combine or they can be transformed according to a deterministic process.

(b) As creative evolution. Evolution is the result of fusion and re-description. In this case, the atoms of an existing description are dissolved to make possible a qualitative change. New identities make new descriptions to emerge non-deterministically.

The two ways of creative change correspond to two different modes of computation. The first mode (combination–transformation) summarizes the digital descriptive methods and the Platonist approach of "divide and conquer". The second mode (fusion–redescription) summarizes the analogue techniques of the drafting table, or the canvas and the empiricist approach of "first see and then act".

When we seek a solution to a design problem, we change our views again and again. Initially, our understanding is poor, different when we have made some progress, and different when we think we have a possible solution. First, it is essential to identify possible parts and relations and to sketch out possible action plans. Then follows the implementation and the retrospective review of the results. This process is not based on a mere combination of facts. It begins from the description of a possible world, which we devise, and subsequently we judge, we change and we re-describe. A large part of this process is based on decomposition and composition. Recognition, organization, composition, decomposition and comparison of wholes and parts, are the procedures that lead to the generation of novel

worlds. But nothing preserves its structure and meaning unaltered. And, as nothing remains immutable, or changes constantly – but only relatively to a descriptive framework – nothing preexists as something else. Nothing can stand as a "primitive". The manifestation of creative evolution in a world is inextricable from the application of an identity that is in disagreement with the established world description.

**Sotirios Kotsopoulo**
Architectural Engineer N.T.U.A, Dr Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Design & Computation, 129 Franklin Street, 203, Cambridge M.A.02139 U.S.A.