

Μέθοδοι Καθορισμού των Ακέραιων Παραμέτρων Απροσδιοριστίας στις Μετρήσεις Φάσης του GPS

ΣΤΕΛΙΟΣ Π. ΜΕΡΤΙΚΑΣ
Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης

ΣΠΥΡΙΔΟΥΛΑ ΛΑΧΑΝΑ
Διπλ. Μηχανικός Ορυκτών Πόρων

Περίληψη

Το άρθρο αυτό αναφέρεται στις τεχνικές για τον καθορισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N στις μετρήσεις φάσης του παγκόσμιου συστήματος εντοπισμού GPS. Αναπτύσσονται τεχνικές, προκειμένου να υπολογιστούν οι ακέραιοι αριθμοί N της απροσδιοριστίας στις αποστάσεις που προκύπτουν από μετρήσεις φάσης, τόσο σε γεωδαιτικό στατικό όσο και σε κινηματικό εντοπισμό. Τέλος, το άρθρο αυτό εξετάζει τις μεθόδους ανάλυσης των παραμέτρων απροσδιοριστίας σε συνάρτηση με την απόσταση μεταξύ δεκτών, όπως γεωδαιτικές βάσεις μικρών, μεσαίων ή μεγάλων αποστάσεων.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μετρήσεις στη φάση του φέροντος σήματος και στις ψευδο-αποστάσεις με τους κώδικες είναι οι πρωτογενείς μετρήσεις που προκύπτουν από το δορυφορικό σύστημα προσδιορισμού θέσης GPS (Global Positioning System) (Parkinson, Spilker, 1996, Teunissen and Kluesberg, 1998). Οι μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων στηρίζονται στις μετρήσεις των κωδίκων (όπως στον κώδικα C1 (C/A στην L1) ή στους πιο ακριβείς στρατιωτικούς κώδικες P1 και P2) και προκύπτουν από τη διαφορά του χρόνου εκπομπής του σήματος στον δορυφόρο και του χρόνου άφιξής του στο δέκτη.

Οι μετρήσεις στη φάση του φέροντος σήματος στηρίζονται στις διαφορές φάσης μεταξύ του φέροντος σήματος, που παράγεται από τον ταλαντωτή του δέκτη και του λαμβανόμενου δορυφορικού σήματος. Όταν οι μετρήσεις αυτές πολλαπλασιαστούν με το μήκος κύματος του σήματος, προκύπτει μία πολύ ακριβής απόσταση δορυφόρου-δέκτη (η ακρίβεια των μετρήσεων φάσης φθάνει περίπου $\pm 2-4$ mm για τη συχνότητα L1 και $\pm 2,5-5$ mm για τη συχνότητα L2). Ο δέκτης, όμως, μετράει μόνο το κλασματικό μέρος της φάσης και αγνοεί το ακέραιο τμήμα του αριθμού των κύκλων. Δηλαδή, ο ακέραιος αριθμός, που συμβολίζεται με N , των

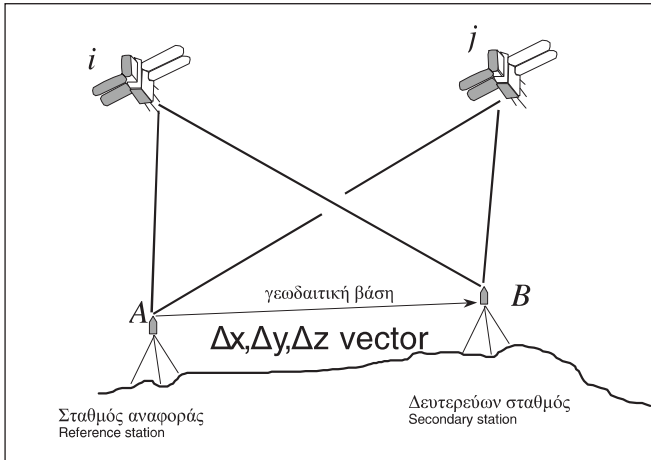
κύκλων του μήκους κύματος του φέροντος σήματος, που αντιστοιχεί στην απόσταση από το δορυφόρο στο δέκτη, είναι άγνωστος και πρέπει με κάποιο τρόπο να προσδιοριστεί.

Υψηλής ακρίβειας σχετικός γεωδαιτικός εντοπισμός βασίζεται στις ακριβείς μετρήσεις της φάσης του φέροντος σήματος GPS. Προαπαιτήση για ακριβή εντοπισμό είναι οι ακέραιοι κύκλοι N στη μέτρηση της φάσης να μπορούν να διαχωριστούν από τις άλλες γεωμετρικές ή φυσικές παραμέτρους, όπως τις συντεταγμένες της γεωδαιτικής βάσης, σφάλματα χρονομέτρων κ.λπ. Από τη στιγμή που διαχωριστούν και υπολογιστούν οι ακέραιοι αυτοί αριθμοί, που αντιστοιχούν στον αριθμό μηκών κύματος που συνιστούν την απόσταση δορυφόρου-δέκτη, τότε οι μετρήσεις φάσης δρουν ως υψηλής ακρίβειας μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων και επιτρέπουν τον καθορισμό της λύσης μιας γεωδαιτικής βάσης με ακρίβειες εκατοστού (cm). Η μαθηματική διαδικασία της μετατροπής των απροσδιόριστων (αβέβαιων, αόριστων) αποστάσεων από μετρήσεις φάσης σε καθορισμένες και συγκεκριμένες αποστάσεις της ακρίβειας mm ονομάζεται *ανάλυση ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας* (ambiguity resolution).

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να περιγράψει το θεωρητικό υπόβαθρο για τον υπολογισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N στη φάση και να διαμορφώσει τις τεχνικές που υπεισέρχονται στην επίλυση αυτών των παραμέτρων στις μετρήσεις της φάσης του GPS.

2. ΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΣΤΗ ΦΑΣΗ

Ο υπολογισμός των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N (ambiguity resolution), που αντιστοιχούν στις μετρήσεις φάσης, είναι απαραίτητος σε τρεις κυρίως περιπτώσεις:



Σχήμα 1: Διπλές διαφορές μετρήσεων στον εντοπισμό με GPS.
Figure 1: Double differences in GPS geodetic positioning.

(1) όταν ζητείται η τιμή της αρχικής παραμέτρου απροσδιοριστίας N στις μετρήσεις φάσης του GPS για τον υπολογισμό μιας γεωδαιτικής βάσης, (2) όταν επέρχεται “ολίσθηση” των ακέραιων κύκλων (cycle slips) κατά τη διάρκεια των μετρήσεων φάσης και (3) όταν ένας νέος δορυφόρος εμφανίζεται στον ορίζοντα και πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό θέσης.

Αν οι μετρήσεις αποστάσεων με κώδικες (ψευδο-αποστάσεις) και με τη φάση του φέροντος σήματος συμβολιστούν με p και Φ (όπου $\Phi[\text{meters}] = \lambda \phi[\text{cycles}]$) αντίστοιχα, τότε οι εξισώσεις, που συνδέουν τα μεγέθη αυτά με τη γεωμετρική απόσταση δορυφόρου-δέκτη, και τα σφάλματα, που εμπεριέχονται στις μετρήσεις, είναι οι εξής:

$$p = \rho + d\rho + d_{\text{trop}} + d_{\text{ion}} + c(dt - dT) + MP + \varepsilon_p \quad (2.1)$$

$$\Phi = \rho + d\rho + \lambda N + d_{\text{trop}} - d_{\text{ion}} + c(dt - dT) + MC + \varepsilon_\Phi$$

όπου ρ είναι η γεωμετρική απόσταση μεταξύ δορυφόρου-δέκτη [meters], c η ταχύτητα του φωτός στο κενό [m/s], λ το μήκος κύματος του σήματος [meters], $d\rho$ το σφάλμα στην απόσταση που οφείλεται σε σφάλματα δορυφορικών εφημερίδων [meters], d_{trop} το σφάλμα που οφείλεται στην καθυστέρηση του σήματος λόγω της τροπόσφαιρας [meters], d_{ion} το σφάλμα που οφείλεται στην καθυστέρηση του σήματος λόγω της ιονόσφαιρας [meters], dt και dT τα σφάλματα που οφείλονται στο χρονόμετρο του δέκτη και του δορυφόρου αντίστοιχα [seconds], MP και MC οι πολυκυκλικές παρεμβολές (multipath) στις μετρήσεις των ψευδο-αποστάσεων και της φάσης αντίστοιχα [meters] και τέλος, ε_p και ε_Φ οι τυχαίοι θόρυβοι στις μετρήσεις των ψευδο-αποστάσεων και της φάσης αντίστοιχα [meters].

Η ακρίβεια τόσο του κώδικα C/A όσο και του κώδικα P όσον αφορά μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων κρίνεται ανεπαρκής για τον καθορισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N στη φάση. Το μήκος κύματος του φέροντος

σήματος είναι μόλις $\lambda_1 = 19,03$ cm για τη συχνότητα L1 και $\lambda_2 = 24,42$ cm για τη συχνότητα L2, ενώ ο τυχαίος θόρυβος στις μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων είναι πολύ μεγαλύτερος (π.χ. στην καλύτερη περίπτωση $\pm 1-5$ m στον κώδικα C/A, όταν δεν επιβάλλεται η επιλεκτική διάθεση σήματος (Selective Availability), και ± 50 cm στον στρατιωτικό κώδικα P). Ενδέχεται, όμως, να καθοριστεί ο απροσδιόριστος αριθμός των κύκλων του φέροντος σήματος χρησιμοποιώντας ακριβείς μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων από δεδομένα του κώδικα P στη συχνότητα L1 και L2, αλλά απαιτείται μεγάλη χρονική διάρκεια μετρήσεων, ώστε να μπορούν να υπολογιστούν οι παράμετροι απροσδιοριστίας (Hatch, 1986).

Η απλούστερη μέθοδος για την αντιμετώπιση του προβλήματος των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας, που υπεισέρχονται στις μετρήσεις φάσης, είναι να χρησιμοποιηθούν οι παρατηρήσεις τριπλών διαφορών των μετρήσεων (Teunissen and Kluesberg, 1998), ώστε να απαλειφθούν τα N από τους όρους της εξίσωσης (2.1) ή να προσδιοριστούν τα N από τις παρατηρήσεις διπλών διαφορών στη φάση (βλέπε παρακάτω) ως οι πλησιέστεροι ακέραιοι αριθμοί των πραγματικών τιμών για τα N που θα προκύπτουν από την επίλυση.

Για τα σήματα που εκπέμπονται από δύο δορυφόρους i και j , η εξίσωση παρατήρησης της διαφοράς μεταξύ των ταυτόχρονων μετρήσεων φάσης σε έναν δέκτη “A” και σε έναν άλλο δέκτη “B” δίδεται από την εξίσωση (εξίσωση παρατήρησης διπλών διαφορών στη φάση):

$$\Phi_{A,B}^{i,j} = \nabla \Delta \Phi = \Phi_B^{i,j} - \Phi_A^{i,j} = \{\Phi_B^j - \Phi_B^i\} - \{\Phi_A^j - \Phi_A^i\} = \quad (2.2)$$

$$= \rho_{A,B}^{i,j} - [d_{\text{ion}}]_{A,B}^{i,j} + [d_{\text{trop}}]_{A,B}^{i,j} + \lambda N_{A,B}^{i,j} + [MC]_{A,B}^{i,j} + \varepsilon_{A,B}^{i,j}$$

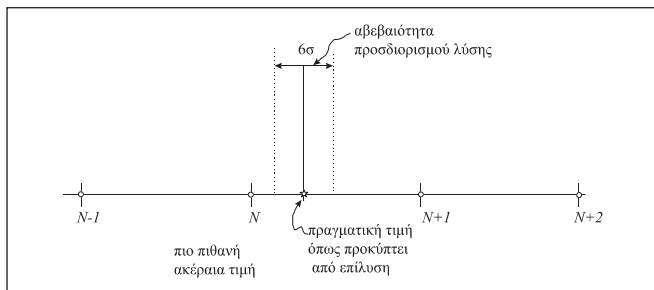
όπου οι μετρήσεις φάσης Φ , εδώ, εκφράζονται σε μονάδες μήκους, αφού πολλαπλασιαστούν οι αρχικές φάσεις ϕ σε [cycles] με το αντίστοιχο μήκος κύματος λ . Οι συμβολισμοί των δεικτών και εκθετών σε όλους τους όρους της εξίσωσης αντιστοιχούν σε:

$$(\cdot)_B - (\cdot)_A = (\cdot)_{A,B} \quad (\cdot)^j - (\cdot)^i = (\cdot)^{i,j} \quad (2.3)$$

Στη βιβλιογραφία του GPS οι τελεστές ∇ και Δ αναφέρονται σε διαφορές παρατηρήσεων μεταξύ δορυφόρων και δεκτών αντίστοιχα.

Στην περίπτωση αυτή των διπλών διαφορών, τα σφάλματα, που οφείλονται στα χρονόμετρα του δορυφόρου, dt , και του δέκτη, dT , έχουν απαλειφθεί. Επίσης, τα σφάλματα τροχιάς και οι ιονοσφαιρικές και τροποσφαιρικές καθυστερήσεις ($\Delta \nabla d\rho - \Delta \nabla d_{\text{ion}} + \Delta \nabla d_{\text{trop}}$) θα μειωθούν σε βαθμό που εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των δύο δεκτών.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η απλούστερη μέθοδος, που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N στη φάση, απαιτεί οι υπολογιζόμενες πραγματικές τιμές των παραμέτρων αυτών, που προ-



Σχήμα 2: Η πιο πιθανή ακέραια τιμή που προσεγγίζει την πραγματική.
Figure 2: Most likely integer value of N .

κύπτουν από κάποια επίλυση, όπως μέσω των ελαχίστων τετραγώνων, να στρογγυλοποιηθούν στον πλησιέστερο ακέραιο. Η στρογγυλοποίηση επιτρέπεται, εφόσον η ακρίβεια προσδιορισμού των παραμέτρων απροσδιοριστίας είναι καλύτερη από μισό κύκλο της γωνίας φάσης (π.χ. $\sigma < (1/2)\lambda \approx 10\text{cm}$) (σχήμα 2). Μια τέτοια διαδικασία ισχύει με την προϋπόθεση οι μετρήσεις GPS διαρκούν τουλάχιστον μισή με μία ώρα για μικρές γεωδαιτικές βάσεις (π.χ. $< 15\text{ km}$) (Abidin, 1993).

Επίσης, η εξίσωση παρατήρησης (2.2), των διπλών διαφορών, δεν μειώνει τις πολυκλαδικές παρεμβολές, $\Delta \nabla \text{MC}$, αλλά αντιθέτως τις αυξάνει. Παρομοίως, ο τυχαίος θόρυβος των παρατηρήσεων, $\varepsilon_{A,B}^{i,j} = \nabla \Delta \varepsilon$, είναι περίπου διπλάσιος από εκείνον στις μονόδρομες παρατηρήσεις αποστάσεων, ε_Φ . Στην εξίσωση παρατήρησης (2.2) των διπλών διαφορών η παράμετρος απροσδιοριστίας N στη φάση (ακριβέστερα η παράμετρος απροσδιοριστίας των διπλών διαφορών $N_{A,B}^{i,j}$) παραμένει ένας ακέραιος αριθμός που πρέπει με κάποιο τρόπο να καθοριστεί.

Δύο παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν όσον αφορά στη διαδικασία προσδιορισμού των παραμέτρων απροσδιοριστίας στις μετρήσεις φάσης. Πρώτον, σύμφωνα με τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων τα σφάλματα των μετρήσεων πρέπει να είναι κανονικώς κατανομημένα κατά Gauss. Σε πολλές, όμως, περιπτώσεις η προϋπόθεση αυτή δεν ικανοποιείται, γεγονός που οφείλεται κυρίως στις πολυκλαδικές επιδράσεις (multipath effects) του σήματος GPS, στα σφάλματα της δορυφορικής τροχιάς και στην ατμόσφαιρα. Για το λόγο αυτόν η ανάλυση των παραμέτρων απροσδιοριστίας αποτυγχάνει σε περιπτώσεις μεγάλων γεωδαιτικών βάσεων (π.χ. $> 1000\text{ km}$).

Δεύτερον, υπάρχει ανάγκη στατιστικής επικύρωσης της λύσης, όπως προκύπτει από την ανάλυση για τον προσδιορισμό της παραμέτρου N . Αυτό σημαίνει ότι ο ακέραιος αριθμός που υπολογίζεται οφείλει να ταιριάζει καλύτερα στις μετρήσεις απ' ό,τι οι υπόλοιποι υποψήφιοι ακέραιοι αριθμοί (π.χ. δημιουργώντας μικρότερα σφάλματα).

Επίσης, στην περίπτωση μεσαίων (π.χ. $20\text{--}100\text{ km}$) και μεγάλων γεωδαιτικών αποστάσεων ($> 1000\text{ km}$) παρουσιάζονται δυσκολίες στον καθορισμό του ακέραιου αριθμού των παραμέτρων N (μερικές φορές δεν είναι ακέραιοι αριθμοί) που οφείλονται στα μεγάλα σφάλματα δορυφορικών εφημερίδων και ιονοσφαιρικών καθυστερήσεων.

Εξαιτίας, λοιπόν, των προβλημάτων αυτών έχει αναπτυχθεί μια σειρά τεχνικών για τον άμεσο προσδιορισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N που θα περιγραφούν στις επόμενες παραγράφους.

3. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΑΣ

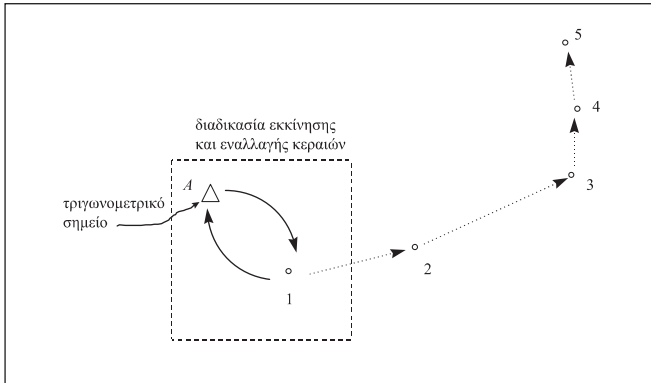
Για να ξεπεραστούν οι παραπάνω δυσκολίες, αναπτύχθηκε μια σειρά μεθόδων ανάλυσης των παραμέτρων απροσδιοριστίας (ambiguity resolution) κατά τη διάρκεια της προηγούμενης δεκαετίας (βλέπε για παράδειγμα Abidin, 1993, 1994). Οι τεχνικές αυτές εφαρμόζονται η κάθε μία με διαφορετικό τρόπο και κάτω από διάφορους περιορισμούς και συνθήκες.

Οι δυσκολίες, που περιπλέκουν και επηρεάζουν τη δυνατότητα του αλγορίθμου να υπολογίσει τις ακέραιες παραμέτρους απροσδιοριστίας, είναι: η στιγμιαία γεωμετρία των δορυφόρων, που καθιστά πολύ δύσκολο το διαχωρισμό των γεωδαιτικών παραμέτρων από τις παραμέτρους N , η συνεχής μεταβολή της γεωμετρίας των δορυφόρων σε σχέση με τους δέκτες στη γη, οι μη επακριβώς προβλέψιμες συστηματικές επιδράσεις στις μετρήσεις (όπως για παράδειγμα οι ατμοσφαιρικές επιδράσεις), και η συνθήκη για προσδιορισμό ακέραιας τιμής των παραμέτρων απροσδιοριστίας στη φάση.

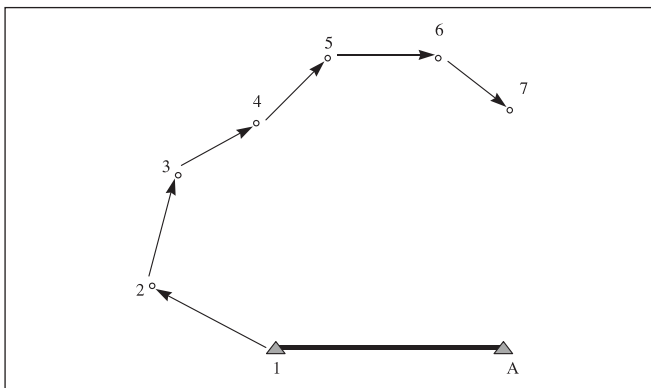
Οι τεχνικές, που χρησιμοποιούνται σήμερα για τον προσδιορισμό των παραμέτρων απροσδιοριστίας, είναι οι εξής: (1) ειδικές τεχνικές πεδίου, (2) χρήση γραμμικών συνδυασμών μετρήσεων, είτε κωδίκων είτε φάσης, με μεγαλύτερα ή μικρότερα μήκη κύματος και αναζήτηση και προσδιορισμό των παραμέτρων απροσδιοριστίας στο «χώρο των παρατηρήσεων», (3) αναζήτηση στο «χώρο των συντεταγμένων» χρησιμοποιώντας καλές αρχικές συντεταγμένες με τη συνάρτηση AF (Ambiguity Function), (4) αναζήτηση στον «χώρο των παραμέτρων απροσδιοριστίας» με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και (5) συνδυασμός τεχνικών (integrated techniques). Εξετάζουμε κάθε μία από τις παραπάνω τεχνικές ξεχωριστά.

3.1. Ειδικές τεχνικές πεδίου

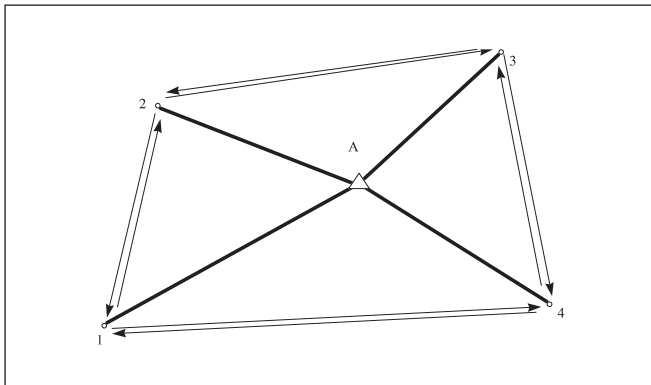
Όλες οι ειδικές τεχνικές πεδίου, που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N στη φάση, είναι κατάλληλες, κατά κανόνα, μόνο για μικρές γεωδαιτικές βάσεις ή για στατικό εντοπισμό.



Σχήμα 3: Εναλλαγή κεραίων στο γεωδαιτικό εντοπισμό με GPS.
Figure 3: Antenna swap in GPS geodetic positioning.



Σχήμα 4: Η τεχνική της στάσης και αναχώρησης με GPS.
Figure 4: Relative positioning with the technique of "Stop & Go".



Σχήμα 5: Ανακατάληψη σταθμού στο γεωδαιτικό εντοπισμό με GPS.
Figure 5: Reoccupation GPS surveys.

Τεχνική της “εναλλαγής κεραίων” (antenna swap): Η τεχνική αυτή απαιτεί ειδική διαδικασία εκκίνησης στην αρχή της γεωδαιτικής αποτύπωσης και πιθανή επανεκκίνηση, όταν παρουσιαστούν ολισθήσεις ακέραιων κύκλων στη φάση κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μεγάλες βάσεις κινηματικού εντοπισμού.

Η διαδικασία της εκκίνησης περιλαμβάνει την τοποθέτηση των κεραίων δύο δεκτών GPS σε σημεία που απέχουν

μερικά μέτρα μεταξύ τους (π.χ. <10 m) και καταγραφή μετρήσεων περίπου για ένα λεπτό της ώρας προς τουλάχιστον τέσσερις δορυφόρους.

Οπότε δημιουργείται η εξίσωση παρατήρησης διπλών διαφορών στη φάση που, λόγω της εγγύτητας των σταθμών A και 1, είναι της μορφής (σχήμα 3):

$$\Phi_{A,1}^{i,j}(t_p) = \{\Phi_1^i - \Phi_1^j\} - \{\Phi_A^i - \Phi_A^j\} = \rho_{A,1}^{i,j}(t_p) + \lambda N_{A,1}^{i,j} \quad (3.1)$$

όπου τα τυχαία σφάλματα δεν αναγράφονται χάριν απλότητας. Στη συνέχεια, με τους δέκτες να καταγράφουν συνεχώς και τις κεραίες συνδεδεμένες στους δέκτες πραγματοποιείται εναλλαγή των κεραίων. Οι κεραίες των δεκτών παραμένουν για ένα λεπτό, ενώ οι δέκτες καταγράφουν συνεχώς διασφαλίζοντας απρόσκοπτες μετρήσεις φάσης (phase-lock), οπότε:

$$\Phi_{A,1}^{i,j}(t_q) = -\rho_{A,1}^{i,j}(t_q) + \lambda N_{A,1}^{i,j} \quad (3.2)$$

Αφού περάσουν μερικά λεπτά της ώρας, οι κεραίες εναλλάσσονται και τοποθετούνται πάλι στα αρχικά τους σημεία (σχήμα 3). Οι δέκτες μετά την εναλλαγή των κεραίων καταγράφουν ξανά για περίπου ένα λεπτό. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας της εναλλαγής των κεραίων οι δύο εξισώσεις παρατήρησης (3.1) και (3.2) αφαιρούνται και προκύπτει μία νέα εξίσωση παρατήρησης που δεν περιέχει τις ακέραιες παραμέτρους απροσδιοριστίας:

$$\Phi_{A,1}^{i,j}(t_p) - \Phi_{A,1}^{i,j}(t_q) = \rho_{A,1}^{i,j}(t_p) + \rho_{A,1}^{i,j}(t_q) \quad (3.3)$$

Με την επεξεργασία των δεδομένων, χρησιμοποιώντας την εξίσωση παρατήρησης (3.3), υπολογίζεται το διάνυσμα θέσης ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) μεταξύ των δύο σταθμών, A και 1, με ακρίβεια εκατοστού περίπου. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ακέραια παράμετρος $N_{A,1}^{i,j}$ με τη μέθοδο της γνωστής γεωδαιτικής βάσης (βλέπε παρακάτω παράγραφο 3.3).

Συνεχείς μετρήσεις στη φάση (phase lock), χωρίς απότομες μεταβολές στο N (πολλές φορές δεν αναγράφονται οι δείκτες του N για απλότητα), θα πρέπει να διασφαλιστούν καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων.

Τεχνική της “στάσης και αναχώρησης” (Stop and Go): Αν ο ακέραιος αριθμός N των παραμέτρων απροσδιοριστίας υπολογιστεί για ένα σημείο με τη μέθοδο της εναλλαγής των κεραίων ή με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο και εφόσον ο δέκτης διασφαλίζει απρόσκοπτες και ομαλές μετρήσεις στη φάση (phase lock), τότε ο ακέραιος αριθμός N δεν αλλάζει ακόμα και στην περίπτωση που η κεραία μετακινείται.

Σε κάθε νέο σημείο, για το οποίο ζητείται να υπολογιστούν οι συντεταγμένες του (σχήμα 4), η κεραία ακινητοποιείται και ο δέκτης καταγράφει για μικρό χρονικό διάστημα (π.χ. 1–2 min). Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της μεθόδου εξαρτάται από τον ακριβή καθορισμό των παραμέτρων N , τη στιγμιαία γεωμετρία των δορυφόρων και την απόστα-

ση μεταξύ των δεκτών (<15 km). Η μέθοδος της “στάσης και αναχώρησης” χρησιμοποιείται στην περίπτωση που η διατήρηση απρόσκοπτων και ομαλών μετρήσεων στη φάση είναι εύκολη και διασφαλίζεται κατά τη διάρκεια ανάπτυξης της τεχνικής στο πεδίο (π.χ. δεν παρουσιάζονται εμπόδια όπως σε διέλευση της κεραίας GPS κάτω από γέφυρες, δέντρα κ.λπ.).

Τεχνική της “ανακατάληψης σταθμού” (reoccupation): Η μέθοδος αυτή ονομάζεται και ψευδο-κινηματικός εντοπισμός ή ψευδο-στατικός εντοπισμός. Απαιτεί την ανακατάληψη κάθε σταθμού με δέκτες GPS που η χρονική διαφορά ανάμεσα στις μετρήσεις είναι της τάξης της μίας ώρας περίπου. Στη μέθοδο αυτή δεν είναι απαραίτητη η διασφάλιση απρόσκοπτων μετρήσεων στη φάση παρά μόνο κατά το διάστημα που ο κινούμενος δέκτης μετράει στα σημεία ενδιαφέροντος (π.χ. σημεία 1, 2, 3 και 4 του σχήματος 5). Αντίθετα, ο σταθερός δέκτης στο σημείο Α θα πρέπει να διασφαλίζει απρόσκοπτες και συνεχείς μετρήσεις στη φάση (phase lock). Έτσι, οι συντεταγμένες των σημείων ενδιαφέροντος υπολογίζονται με ακρίβεια cm με μετρήσεις διάρκειας 3–10 min για κάθε σημείο.

3.2. Έρευνα στο «χώρο των παρατηρήσεων»

Εδώ οι ακέραιες παράμετροι N προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας γραμμικούς συνδυασμούς των μετρήσεων στις συχνότητες $L1$ και $L2$. Οι παρατηρήσεις, που προκύπτουν από γραμμικούς συνδυασμούς των πρωτογενών μετρήσεων, έχουν, κατά κανόνα, σχετικά μεγαλύτερο μήκος κύματος από το φέρον σήμα, παρουσιάζουν μικρότερο θόρυβο και περιέχουν σχετικά μικρότερες ιονοσφαιρικές καθυστερήσεις.

Ας θεωρήσουμε ότι υπάρχουν μετρήσεις στη φάση του φέροντος και στις δύο συχνότητες $L1$ και $L2$. Οι μετρήσεις αυτές συμβολίζονται με $\nabla\Delta\Phi_{L1}$ και $\nabla\Delta\Phi_{L2}$ και αντιστοιχούν σε διπλές διαφορές του τύπου της εξίσωσης (2.2). Ορίζουμε ως γραμμικό συνδυασμό $\nabla\Delta\Phi_{n,m}$ των παραπάνω παρατηρήσεων των διπλών διαφορών τη γενική ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\Phi_{n,m}[\text{m}] &= \lambda_{n,m} \nabla\Delta\varphi_{n,m}[\text{cycles}] = \\ &= \lambda_{n,m} [n \nabla\Delta\varphi_{L1} + m \nabla\Delta\varphi_{L2}] = \\ &= \frac{n f_1 \nabla\Delta\Phi_{L1} + m f_2 \nabla\Delta\Phi_{L2}}{n f_1 + m f_2}\end{aligned}\quad (3.4)$$

όπου τα n, m είναι ακέριοι αριθμοί. Η εξίσωση παρατήρησης, που αντιστοιχεί στην (3.4), είναι:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\Phi_{n,m} &= \nabla\Delta\rho + \lambda_{n,m} \nabla\Delta N_{n,m} + k_{n,m} [d_{ion}] + \\ &+ MC(\nabla\Delta\Phi_{n,m}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{n,m})\end{aligned}\quad (3.5)$$

όπου:

$$\lambda_{n,m} = \frac{c}{n f_1 + m f_2}$$

$$\nabla\Delta N_{n,m} = n \nabla\Delta N_{L1} + m \nabla\Delta N_{L2} \quad (3.6)$$

$$k_{n,m} = -\frac{n f_1 + m f_2}{n f_2 + m f_1} \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2}$$

και $\lambda_{n,m}$ είναι το μήκος κύματος του συνδυασμού $\Phi_{n,m}$, c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και οι συχνότητες του σήματος του GPS είναι $f_1=1575,42$ MHz και $f_2=1227,60$ MHz.

Οι γραμμικοί συνδυασμοί του τύπου της εξίσωσης (3.4) μπορούν να εφαρμοστούν είτε στις απλές πρωτογενείς μετρήσεις της φάσης Φ ή των ψευδο-αποστάσεων P , είτε στις απλές ή διπλές διαφορές μετρήσεων, όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.4). Χάριν απλότητας περιοριζόμαστε μόνο στις πρωτογενείς μετρήσεις φάσης. Μερικοί δημοφιλείς συνδυασμοί (Wubenna, 1989, Abidin, 1994) για τις πρωτογενείς μετρήσεις φάσης Φ , για παράδειγμα, είναι:

(α) οι παρατηρήσεις που είναι *απαλλαγμένες ιονοσφαιρικών επιδράσεων* (ionosphere-free) και ονομάζονται επίσης παρατηρήσεις στη συχνότητα $L3$, όπου:

$$\begin{aligned}\Phi_{L3}[\text{m}] &= \lambda_1 [\alpha \varphi_{L1} + \beta \varphi_{L2}] = \\ &= \rho + c(dt - dT) + \lambda_1 (\alpha N_{L1} + \beta N_{L2}) + d_{trop}\end{aligned}\quad (3.7)$$

με

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} = 2,546 \\ \beta &= -\frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} = -1,984\end{aligned}\quad (3.8)$$

Εδώ, η ακέραια φύση των τιμών των παραμέτρων N δεν υφίσταται και ο τυχαίος θόρυβος των παρατηρήσεων στην $L3$ γίνεται περίπου τριπλάσιος των αρχικών μετρήσεων.

(β) οι παρατηρήσεις που είναι *απαλλαγμένες των επιδράσεων της γεωμετρίας* (geometry-free) και ονομάζονται επίσης παρατηρήσεις στη συχνότητα $L4$, όπου:

$$\Phi_{L4}[\text{m}] = \Phi_{L1}[\text{m}] - \Phi_{L2}[\text{m}] = \quad (3.9)$$

$$= \lambda_1 N_{L1} - \lambda_2 N_{L2} - d_{ion,L1} + d_{ion,L2}$$

στην οποία τα συστηματικά σφάλματα, που δεν εξαρτώνται από τη συχνότητα, απαλείφονται καθώς επίσης και οι γεωμετρικές επιδράσεις. Η εξίσωση (3.9) είναι χρήσιμη στη μελέτη της ιονόσφαιρας και στην παρακολούθηση των απότομων

αλμάτων («ολίσθηση») στις ακέραιες τιμές των παραμέτρων απροσδιοριστίας N (cycle slip).

(γ) οι παρατηρήσεις *ευρέος πλέγματος* (wide-lane), όταν $n=1$, $m=-1$, ή οι παρατηρήσεις στη συχνότητα L5, που είναι της μορφής:

$$\begin{aligned}\Phi_{L5} &= \Phi_{1,-1}[\text{m}] = \lambda_{1,-1}\varphi_{1,-1}[\text{cycles}] = \lambda_{1,-1}[\varphi_{L1} - \varphi_{L2}] = \\ &= \rho + c(dt - dT) + \lambda_{1,-1}(N_{L1} - N_{L2}) - \\ &- \lambda_{1,-1}\left(\frac{d_{ion,L1}}{\lambda_1} - \frac{d_{ion,L2}}{\lambda_2}\right) - \lambda_{1,-1}\left(\frac{d_{trop}}{\lambda_1} - \frac{d_{trop}}{\lambda_2}\right)\end{aligned}\quad (3.10)$$

με ενεργό (effective) μήκος κύματος $\lambda_{1,-1} = \lambda_{L5} = c/(f_1 - f_2) = \lambda_5 = 86,2 \text{ cm}$.

(δ) οι παρατηρήσεις *στενού πλέγματος* (narrow-lane), όταν $n=1$, $m=1$, ή οι παρατηρήσεις στη συχνότητα L6, δηλαδή:

$$\begin{aligned}\Phi_{1,1}[\text{m}] &= \Phi_{L6}[\text{m}] = \lambda_{1,1}\varphi_{1,1}[\text{cycles}] = \lambda_6[\varphi_{L1} + \varphi_{L2}] = \\ &= \rho + c(dt - dT) + \lambda_6(N_{L1} + N_{L2}) - \\ &- \lambda_6\left(\frac{d_{ion,L1}}{\lambda_1} + \frac{d_{ion,L2}}{\lambda_2}\right) - \lambda_6\left(\frac{d_{trop}}{\lambda_1} + \frac{d_{trop}}{\lambda_2}\right)\end{aligned}\quad (3.11)$$

με ενεργό (effective) μήκος κύματος $\lambda_{1,1} = \lambda_6 = c/(f_1 + f_2) \approx 11 \text{ cm}$ και, τέλος

(ε) οι παρατηρήσεις *πολύ ευρέος πλέγματος* (extra wide-lane), όταν $n=-3$, $m=4$, δηλαδή:

$$\Phi_{L6} = \Phi_{-3,4}[\text{m}] = \lambda_{-3,4}\varphi_{-3,4}[\text{cycle}] = \lambda_{-3,4}[-3\varphi_{L1} + 4\varphi_{L2}] \quad (3.12)$$

με ενεργό (effective) μήκος κύματος $\lambda_{-3,4} = 162,8 \text{ cm}$. Η ορολογία του «ευρέος» και «στενού» πλέγματος είναι δανεική από τη ραδιο-ναυτιλία (π.χ. Loran-C), όπου εκεί γίνεται αντίστοιχη χρήση.

Αν η απόσταση μεταξύ των δεκτών είναι μικρή, οι διαφορές των καθυστερήσεων στην ιονόσφαιρα μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες ($\nabla d_{ion} \rightarrow 0$). Τότε, οι μετρήσεις των ψευδο-αποστάσεων του κώδικα ακριβείας P μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστούν οι αρχικές ακέραιες παράμετροι N σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\begin{aligned}\Phi_{A,B}^{i,j}(t) - P_{A,B}^{i,j}(t) &= \nabla \Delta \Phi(t) - \nabla \Delta P(t) \cong \lambda N_{A,B}^{i,j} = \\ &= \lambda(N_A^i - N_A^j - N_B^i + N_B^j)\end{aligned}\quad (3.13)$$

Στην παραπάνω εξίσωση (3.13) το πρόβλημα του προσδιορισμού των παραμέτρων N εστιάζεται στη μείωση των τυχαίων ή συστηματικών θορύβων στις μετρήσεις των ψευδο-αποστάσεων P . Ο συστηματικός θόρυβος προέρχεται από τις πολυκλαδικές επιδράσεις (multipath effects) και δεν ελαττώνεται, αν δεν περάσουν 10–15 min της ώρας.

Για ορισμένες εφαρμογές η απόσταση της γεωδαιτικής βάσης δεν θεωρείται αρκετά μικρή, ώστε να αγνοηθούν οι

ιονοσφαιρικές καθυστερήσεις. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούνται γραμμικοί συνδυασμοί από παρατηρήσεις απαλλαγμένες ιονόσφαιρας (ionosphere free) της μορφής (Blewitt, 1989):

$$\nabla \Delta N_{1,-1} = \nabla \Delta \Phi_{L1} - \nabla \Delta \Phi_{L2} - \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \left\{ \frac{\nabla \Delta P_{L1}}{\lambda_1} + \frac{\nabla \Delta P_{L2}}{\lambda_2} \right\} \quad (3.14)$$

όπου Φ_{L1} , Φ_{L2} είναι οι μετρήσεις στη φάση στη συχνότητα L1 και L2 αντίστοιχα, P_{L1} και P_{L2} οι ψευδο-αποστάσεις και $N_{1,-1}$ είναι η ακέραια τιμή της παραμέτρου απροσδιοριστίας στις παρατηρήσεις ευρέος πλέγματος L5 (wide-lane, με $\lambda_{L5} = \lambda_5 = 86,19 \text{ cm}$). Με την τεχνική αυτή μπορούν να υπολογιστούν τιμές για τα N , αλλά απαιτούνται πολύ καλές μετρήσεις των ψευδο-αποστάσεων στον κώδικα P.

3.2.1. Παράμετροι N από το συνδυασμό Φ4/Φ5

Χρησιμοποιώντας διπλές διαφορές στη συχνότητα L4 («ελεύθερες» γεωμετρίας) και L5 (ευρέος πλέγματος) σύμφωνα με τις σχέσεις (12) και (13), έχουμε:

$$\begin{aligned}\nabla \Delta \Phi_{L4}(t) &= \lambda_1 \nabla \Delta N_{L1} - \lambda_2 \nabla \Delta N_{L2} - \nabla \Delta d_{ion,L1} + \nabla \Delta d_{ion,L2} \\ \nabla \Delta \Phi_{L5}(t) &= \lambda_5 [\nabla \Delta \Phi_{L1}(t) - \nabla \Delta \Phi_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_5 (\nabla \Delta N_{L1} - \nabla \Delta N_{L2}) - \\ &- \lambda_5 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} - \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right)\end{aligned}\quad (3.15)$$

Κατ' αρχήν υπολογίζεται η μέση αριθμητική τιμή των παρατηρήσεων στη συχνότητα L4 για κάποιο χρονικό διάστημα, προσπαθώντας να ελαττώσουμε τις πολυκλαδικές και ιονοσφαιρικές επιδράσεις. Εν συνεχεία, υπολογίζονται οι παράμετροι N_{L5} στο σήμα L5, επειδή προσδιορίζονται σχετικά εύκολα, λόγω του μεγάλου μήκους κύματος (με $\lambda_{L5} = 86,2 \text{ cm}$). Τέλος, υπολογίζονται οι παράμετροι N_{L1} και N_{L2} στη συχνότητα L1 και L2 επιλύοντας τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}N_{L4} &= N_{L1} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} N_{L2} \quad \lambda_4 = 19 \text{ cm} \\ N_{L5} &= N_{L1} - N_{L2} \quad \lambda_5 = 86 \text{ cm}\end{aligned}\quad (3.16)$$

3.2.2. Παράμετροι N από το συνδυασμό Φ3/Φ5

Χρησιμοποιώντας διπλές διαφορές φάσεων στη συχνότητα L3 (ελεύθερες ιονόσφαιρας) και L5 (ευρέος πλέγματος) έχουμε:

$$\begin{aligned}\nabla \Delta \Phi_{L3}(t) &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_1 [\alpha N_{L1} + \beta N_{L2}] \\ \nabla \Delta \Phi_{L5}(t) &= \lambda_5 [\nabla \Delta \Phi_{L1}(t) - \nabla \Delta \Phi_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_5 (\nabla \Delta N_{L1} - \nabla \Delta N_{L2}) - \\ &- \lambda_5 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} - \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right)\end{aligned}\quad (3.17)$$

Αρχικά προσδιορίζονται οι πραγματικές τιμές για τις παραμέτρους $[aN_{L1} + \beta N_{L2}]$ στο σήμα L3. Στη συνέχεια, προσδιορίζονται οι συντεταγμένες και οι παράμετροι N_{L5} στη συχνότητα L5. Εδώ, ο προσδιορισμός των παραμέτρων είναι εύκολος, επειδή χρησιμοποιείται μεγάλο μήκος κύματος, δηλαδή $\lambda_5 = c/(f_1 - f_2) = 86$ cm. Τέλος, υπολογίζονται οι αρχικές παράμετροι N στα σήματα L1 και L2, σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} N_{L1} &= \frac{\lambda_5 N_{L3} + \lambda_1 \beta N_{L5}}{\lambda_5 \lambda_1 (\alpha + \beta)} \\ N_{L2} &= \frac{\lambda_5 N_{L3} - \lambda_1 \alpha N_{L5}}{\lambda_5 \lambda_1 (\alpha + \beta)} \end{aligned} \quad (3.18)$$

όπου:

$$N_{L3} = \alpha N_{L1} + \beta N_{L2} \quad \text{και} \quad \lambda_3 = 19,04 \text{ cm} \quad (3.19)$$

3.2.3. Παράμετροι N από το συνδυασμό Φ5/Φ6

Χρησιμοποιώντας διπλές διαφορές φάσεων στη συχνότητα L5 (ευρέος πλέγματος) και L6 (στενού πλέγματος) έχουμε:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \Phi_{L5}(t) &= \lambda_5 [\nabla \Delta \Phi_{L1}(t) - \nabla \Delta \Phi_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_5 (\nabla \Delta N_{L1} - \nabla \Delta N_{L2}) - \\ &\quad - \lambda_5 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} - \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \Phi_{L6}(t) &= \lambda_6 [\nabla \Delta \Phi_{L1}(t) + \nabla \Delta \Phi_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_6 (\nabla \Delta N_{L1} + \nabla \Delta N_{L2}) - \\ &\quad - \lambda_6 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} + \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right) \end{aligned}$$

Αρχικά προσδιορίζονται οι συντεταγμένες της γεωδαιτικής βάσης και κατόπιν οι παράμετροι $N_{L5} = N_{L1} - N_{L2}$ στο σήμα L5. Ο υπολογισμός των παραμέτρων N είναι σχετικά εύκολος, επειδή χρησιμοποιείται μεγάλο μήκος κύματος, δηλαδή $\lambda_5 = 86$ cm. Κατόπιν, υπολογίζεται η λύση των συντεταγμένων της γεωδαιτικής βάσης στην L6, κρατώντας τις παραμέτρους $N_{L6} = N_{L1} + N_{L2}$ ως πραγματικούς και όχι ως ακέραιους αριθμούς.

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων N σε αυτήν την περίπτωση της L6 είναι δύσκολος εξαιτίας του μικρού ενεργού μήκους κύματος, αφού $\lambda_6 = 11$ cm. Μια ιδιότητα, όμως, μεταξύ των παραμέτρων N στη L6 (με $\lambda_6 = 11$ cm) και στην L5 (με $\lambda_5 = 86$ cm) μας βγάζει από το αδιέξοδο αυτό. Η ιδιότητα αυτή αναφέρει ότι, αν η ακέραια παράμετρος N_{L5} είναι περιττός αριθμός, τότε και η ακέραια παράμετρος N_{L6} είναι περιττός

αριθμός. Επίσης, αν η ακέραια παράμετρος N_{L5} είναι άρτιος αριθμός, τότε και η παράμετρος N_{L6} είναι άρτιος αριθμός. Επειδή η παράμετρος N στο μεγάλο μήκος κύματος L5 (με $\lambda_5 = 86$ cm) προσδιορίζεται εύκολα, αμέσως είναι γνωστό αν αυτή είναι άρτιος ή περιττός αριθμός. Το ίδιο όμως συμβαίνει και στο σήμα L6 (με $\lambda_6 = 11$ cm) με το μικρό μήκος κύματος. Άρα, λόγω της παραπάνω ιδιότητας, το ενεργό μήκος κύματος στο σήμα του στενού πλέγματος L6 κατ' ουσία διπλασιάζεται και έχει την τιμή $\lambda = 21,4$ cm.

Ο συγκεκριμένος συνδυασμός Φ5/Φ6, εξαιτίας του διπλασιασμού του αντίστοιχου μήκους κύματος λ_5/λ_6 , είναι κατάλληλος για την επίλυση μεγάλων βάσεων (> 10000 km) ταυτόχρονα με τον προσδιορισμό δορυφορικών τροχιών GPS.

3.2.4. Παράμετροι N από το συνδυασμό το Φ5/Ρ6

Χρησιμοποιώντας διπλές διαφορές φάσεων και ψευδο-αποστάσεων του κώδικα P στη συχνότητα L5 και L6 έχουμε:

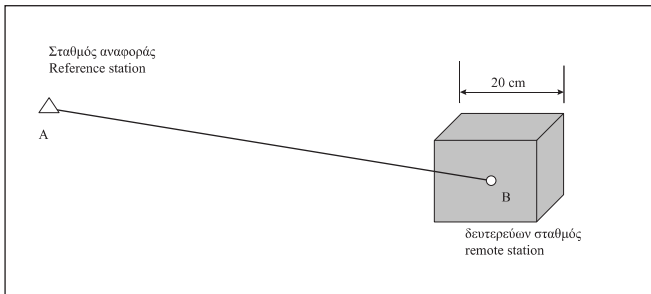
$$\begin{aligned} \nabla \Delta \Phi_{L5}(t) &= \lambda_5 [\nabla \Delta \Phi_{L1}(t) - \nabla \Delta \Phi_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_5 (\nabla \Delta N_{L1} - \nabla \Delta N_{L2}) - \\ &\quad - \lambda_5 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} - \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \nabla \Delta P_{L6}(t) &= \lambda_6 [\nabla \Delta P_{L1}(t) + \nabla \Delta P_{L2}(t)] = \\ &= \nabla \Delta \rho(t) + \lambda_6 \left(\frac{\nabla \Delta d_{ion,L1}}{\lambda_1} + \frac{\nabla \Delta d_{ion,L2}}{\lambda_2} \right) \end{aligned}$$

Επειδή οι ιονοσφαιρικές επιδράσεις του σήματος L5 στη φάση και του σήματος L6 στον κώδικα είναι ίσες, και από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

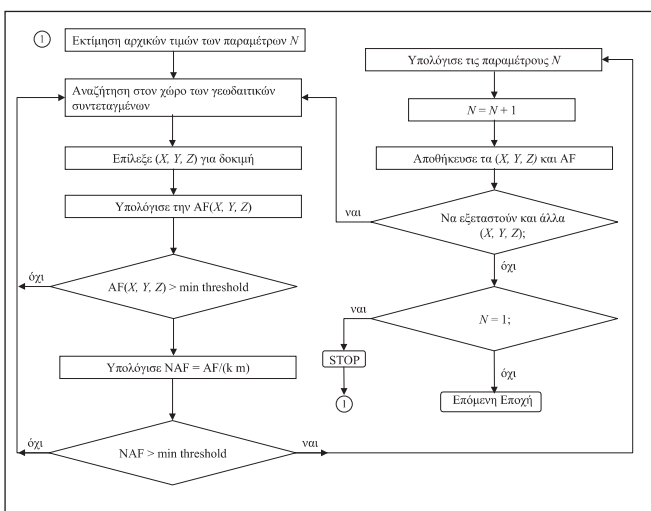
$$\nabla \Delta N_{L5} = \nabla \Delta N_{L1} - \nabla \Delta N_{L2} = \frac{1}{\lambda_5} [\nabla \Delta \Phi_{L5}(t) - \nabla \Delta P_{L6}(t)] \quad (3.22)$$

Επομένως, οι ακέραιες τιμές των παραμέτρων $\nabla \Delta N_{L5}$ προσδιορίζονται απευθείας χωρίς να καταφύγουμε σε στατιστικές μεθόδους, όπως για παράδειγμα στη στατιστική ανάλυση των στοιχείων με ελάχιστα τετράγωνα. Η παραπάνω εξίσωση (3.22) σημειώστε ότι είναι απαλλαγμένη των ιονοσφαιρικών επιδράσεων. Παρ' όλα αυτά, κρίνεται φρόνιμο να υπολογίζεται η μέση τιμή των μετρήσεων στον κώδικα P, ώστε να ελαττωθούν τα σφάλματα των πολυκλαδικών επιδράσεων. Από τη στιγμή που προσδιορίζεται η τιμή $\nabla \Delta N_{L5}$, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε προηγούμενη μέθοδος, ώστε να ανακτηθούν οι παράμετροι στα L1 και L2 (χρησιμοποιώντας τις παρατηρήσεις είτε στην L3 είτε στη L4 είτε στη L6).



Σχήμα 6: Ανάλυση παραμέτρων απροσδιοριστίας N με τη μέθοδο συνάρτησης αβεβαιότητας AF .

Figure 6: A block diagram for the determination of ambiguities using the AF function.



Σχήμα 7: Ανάλυση παραμέτρων απροσδιοριστίας με τη μέθοδο συνάρτησης AF .

Figure 7: A block diagram for the determination of ambiguities using the AF function.

3.3. Έρευνα στο «χώρο των συντεταγμένων»

Στην περίπτωση που το διάνυσμα, $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$, της γεωδαιτικής βάσης είναι γνωστό με ακρίβεια (βλέπε σχήμα 1), τότε ο ακέραιος αριθμός N των παραμέτρων μπορεί να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας την *τεχνική της γνωστής βάσης* (known baseline). Αυτό σημαίνει ότι, αν οι αρχικές συντεταγμένες της γεωδαιτικής βάσης είναι γνωστές με σχετικά μεγάλη ακρίβεια (καλύτερη από $\pm 5\text{cm}$), τότε οι παράμετροι N είναι δυνατό να καθοριστούν χρησιμοποιώντας δεδομένα λίγων μετρήσεων και σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\Phi_{A,B}^{i,j}(t) - [\rho_A^i(t_i) - \rho_A^j(t_i) - \rho_B^i(t_j) + \rho_B^j(t_j)] \equiv \lambda N_{A,B}^{i,j} = \lambda(N_A^i - N_A^j - N_B^i + N_B^j) \quad (3.23)$$

Για να μειωθούν οι τυχαίοι θόρυβοι στις μετρήσεις φάσης, θα πρέπει να γίνουν μετρήσεις αρκετών λεπτών της ώρας και θα πρέπει ο δέκτης να διασφαλίζει απρόσκοπτες και συνεχείς μετρήσεις φάσης (phase lock).

Όταν η γεωδαιτική βάση είναι γνωστή με ακρίβεια της τάξης $\pm 20\text{cm}$ (περίπου ένα μήκος κύματος λ), μπορεί να εφαρμοστεί μια διαδικασία αναζήτησης του N στο χώρο των γεωδαιτικών συντεταγμένων με κάποια άλλη μέθοδο.

Μία αποτελεσματική μέθοδος, και ευρέως διαδεδομένη, είναι η μέθοδος της *συνάρτησης απροσδιοριστίας* (Ambiguity Function Method ή AFM), όπως προτάθηκε από τους Counselman & Gourevitch (1981) και Remondi (1984). Η συνάρτηση της αβεβαιότητας δίδεται από τη σχέση:

$$AF(X, Y, Z) = \sum_{a=1}^m \sum_{b=1}^k \cos(\nabla \Delta \phi^{a,b} - \nabla \Delta \rho^{a,b}) \quad (3.24)$$

όπου k είναι ο αριθμός των εποχών των μετρήσεων (number of epochs), m είναι ο αριθμός των δορυφόρων σε κάθε εποχή μετρήσεων, (X, Y, Z) είναι οι γεωδαιτικές συντεταγμένες του σημείου προς προσδιορισμό - προκύπτουν με διαδοχικές προσεγγίσεις - $\nabla \Delta \phi$ είναι οι παρατηρούμενες διπλές διαφορές σε [cycles] και $\nabla \Delta \rho$ οι υπολογιζόμενες διπλές διαφορές στις αποστάσεις σε [cycles] από τα σημεία στο έδαφος προς τους δορυφόρους.

Η μέθοδος AFM διερευνά όλες τις υποψήφιες λύσεις για την παράμετρο N με τη διαδικασία των διαδοχικών προσεγγίσεων (trial and error) και προσπαθεί να προσδιορίσει εκείνο το διάνυσμα (X, Y, Z) στον τριδιάστατο χώρο των συντεταγμένων, το οποίο κάνει τη συνάρτηση AF της εξίσωσης (3.24) να πάρει τη μέγιστη της (maximum) τιμή. Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης AF είναι $(m-1) \cdot k$. Οι μετρούμενες φάσεις θα δώσουν τη μέγιστη τιμή στη συνάρτηση AF της εξίσωσης (3.24), όταν επιλεγεί η σωστή λύση και θέση (X, Y, Z) του δευτερεύοντος σταθμού και την ελάχιστη (minimum) τιμή σε οποιαδήποτε άλλη λανθασμένη θέση.

Τα υπό διερεύνηση σημεία, (X, Y, Z) , βρίσκονται εντός του γεωμετρικού χώρου που περιγράφεται από έναν κύβο και είναι κεντρωμένος στη θέση του δευτερεύοντος σταθμού. Κάθε φορά η μέγιστη τιμή (maximum) της συνάρτησης AF συγκρίνεται με τη δεύτερη μεγαλύτερη, κατά σειρά, τιμή AF . Το σχήμα 7 παρουσιάζει ένα διάγραμμα ροής της τεχνικής με τη συνάρτηση AF .

Η μέθοδος της συνάρτησης AF μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιονδήποτε γραμμικό συνδυασμό των μετρήσεων στην συχνότητα L1 και στην L2, αλλά δεν ενδείκνυται για κινηματικές εφαρμογές, επειδή τότε οι υπολογισμοί καθίστανται αρκετά χρονοβόροι.

Η βέλτιστη θέση (X, Y, Z) του σημείου B, που θα προκύψει (βλέπε σχήμα 6) μαζί με τη θέση (x, y, z) του δορυφόρου, χρησιμοποιείται για τον πρώτο υπολογισμό και προσέγγιση των τιμών των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N . Σημειώστε ότι η τιμή της συνάρτησης (3.24) δεν επηρεάζεται από «άλματα» των ακέραιων κύκλων (cycle slips) αλλά ούτε και από το μέγεθος της τιμής του ακέραιου αριθμού N των παραμέτρων.

Με τη βοήθεια της μεθόδου αυτής υπολογίζεται το διάνυσμα ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) της γεωδαιτικής βάσης. Στη συνέχεια, οι διπλές διαφορές μετρήσεων του GPS χρησιμοποιούνται για να προσδιοριστούν οι ακέραιες τιμές των παραμέτρων N σύμφωνα με την προηγούμενη τεχνική της γνωστής γεωδαιτικής βάσης (βλέπε εξίσωση 3.23).

3.4. Έρευνα στο «χώρο των παραμέτρων N »

Η μέθοδος αυτή αποτελείται από τρία υπολογιστικά στάδια: Στο πρώτο στάδιο προσδιορίζεται ο πραγματικός αριθμός (float solution), που προσεγγίζει καλύτερα την τιμή της παραμέτρου N , από τις εξισώσεις των παρατηρήσεων των διπλών διαφορών, όπως για παράδειγμα της εξίσωσης (2.2).

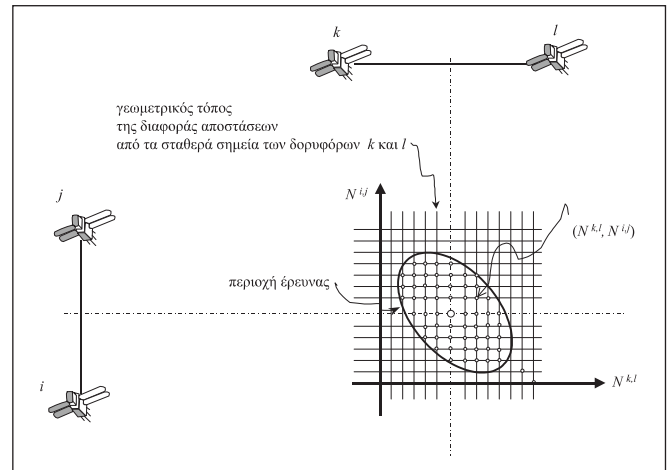
Στο δεύτερο στάδιο υπολογίζεται το ζευγάρι εκείνο των παραμέτρων ($N^{k,l}, N^{i,j}$) που προέρχεται από τις παρατηρήσεις των διπλών διαφορών και που το ζευγάρι αυτό δίνει τα μικρότερα υπολειπόμενα σφάλματα (residuals) στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Η διαδικασία αυτή μπορεί να εφαρμοστεί στις πρώτες υπολογισμένες πραγματικές τιμές των παραμέτρων N , που είναι στατιστικώς συσχετισμένες. Μπορεί, όμως, να χρησιμοποιηθεί και σε τιμές των παραμέτρων N που μετασχηματίστηκαν με κάποια μέθοδο σε ασυσχέτιστες παρατηρήσεις. Η «αποσυσχέτιση» των παραμέτρων N γίνεται με τη βοήθεια τεχνικών, όπως είναι η τεχνική LAMBDA (Teunissen and Kluesberg, 1998).

Από το 1990 και εντεύθεν έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές για τη διερεύνηση και προσδιορισμό των καλύτερων τιμών του N στο μαθηματικό χώρο των παραμέτρων N . Τέτοιες είναι η μέθοδος FARA (Fast Ambiguity Resolution Approach), η LSAST (Least-Squares Ambiguity Search Technique), η Cholesky Decomposition Method, η FASF (Fast Ambiguity Search Filter) και η μέθοδος διάσπασης (Decomposition Method). Σε όλες, όμως, τις παραπάνω τεχνικές πάντα προκύπτει ένας μεγάλος αριθμός ζευγαριών ακέραιων τιμών των παραμέτρων N που πρέπει να εξετασθεί και διερευνηθεί ως πιθανή λύση.

Το τρίτο στάδιο υπολογισμού περιλαμβάνει την επιβεβαίωση της συγκεκριμένης επιλογής ($N^{k,l}, N^{i,j}$) του ζευγαριού των παραμέτρων. Κατά κανόνα επιλέγεται εκείνο το ζευγάρι ($N^{k,l}, N^{i,j}$) των παραμέτρων που δίνει το μικρότερο σφάλμα.

Παρ' όλα αυτά, λόγω των τυχαιών σφαλμάτων που εμφανίζονται πάντα στις μετρήσεις, τα υπολειπόμενα σφάλματα (residuals) – π.χ. που προκύπτουν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων – δεν είναι εκείνα που θα αναμενόταν, αν δεν υπήρχαν τα τυχαία σφάλματα. Επομένως, για την περαιτέρω επιβεβαίωση συγκεκριμένης επιλογής με πιο αντικειμενικά κριτήρια επιβάλλεται η χρήση στατιστικών ελέγχων.

Η γενικότερη αντιμετώπιση συνίσταται στην εφαρμογή ενός στατιστικού ελέγχου, όπως εκείνο του Fischer. Η στατι-



Σχήμα 8: Έρευνα του N στο χώρο των συντεταγμένων.

Figure 8: Position search in the coordinate domain.

στική συνάρτηση y_i σε αυτή την περίπτωση είναι της μορφής:

$$y_i = \frac{(RSS)_i}{(RSS)_{\min}} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{\min}^2} \quad (3.25)$$

όπου $(RSS)_{\min} = (\text{Residual Sum Squares})_{\min}$ είναι η ελάχιστη τιμή των τετραγώνων των υπολειπόμενων σφαλμάτων (residuals), όπως προκύπτει από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, και $(RSS)_i$ είναι οποιαδήποτε άλλη τιμή των τετραγώνων αυτών. Η τιμή απόρριψης-αποδοχής για το σύνολο των παραμέτρων N , που αντιστοιχούν στο σ_p , καθορίζεται από το κρίσιμο όριο $F_{n-p, n-p, 1-\alpha}$ και δίδεται από τη σχέση:

$$y_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{\min}^2} > F_{n-p, n-p, 1-\alpha} \quad (3.26)$$

όπου n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων των διπλών διαφορών, p είναι ο αριθμός των παραμέτρων που πρόκειται να προσδιοριστούν, και $F_{n-p, n-p, 1-\alpha}$ είναι το $(1-\alpha)$ εκατοστημόριο (συνήθως $1-\alpha = 95\%$) της κατανομής F με βαθμούς ελευθερίας $n-p$ και $n-p$ αντίστοιχα. Αν όλα τα σύνολα των παραμέτρων N απορριφθούν, τότε η επιλογή του ζευγαριού των N , που αντιστοιχεί στο ελάχιστο $\sigma_{\min}$ (minimum), είναι και η επιζητούμενη.

Η τεχνική αναζήτησης και προσδιορισμού του κατάλληλου N στο «χώρο των παραμέτρων απροσδιοριστίας» στηρίζεται στη στιγμιαία γεωμετρία των δορυφόρων, τη μεταβολή της γεωμετρίας των δορυφόρων, τη μικρή απόσταση της γεωδαιτικής βάσης και τον προσδιορισμό ικανοποιητικών αρχικών τιμών για τις παραμέτρους N . Ο στατιστικός έλεγχος των εξισώσεων (3.25) και (3.26) μπορεί, επίσης, να χρησιμοποιηθεί για μεγάλες αποστάσεις.

Κάθε φορά που αξιολογείται ένα ζευγάρι παραμέτρων ($N^{k,l}, N^{i,j}$), για το αν είναι η κατάλληλη επιλογή για τη

σωστή λύση, προκύπτουν σφάλματα υπολογισμών. Το μέτρο των σφαλμάτων αυτών χρησιμοποιείται ως οδηγός για τη μείωση του πλήθους των πολλών παραμέτρων N που θα εξεταστούν ως πιθανές λύσεις. Κατά την εφαρμογή της τεχνικής αυτής, αξιοποιείται το γεγονός ότι οι παράμετροι N , που προκύπτουν από παρατηρήσεις *τεσσάρων* δορυφόρων - και ονομάζονται “πρωτεύουσες παράμετροι απροσδιοριστίας” (primary ambiguities) - χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό των “δευτερευουσών παραμέτρων” (secondary ambiguities) που αντιστοιχούν στις παρατηρήσεις των υπόλοιπων δορυφόρων. Αυτό σημαίνει ότι είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των πρωτεύουσών παραμέτρων N ανεξάρτητα από το διαθέσιμο αριθμό δορυφόρων που χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό.

Η χρήση εξισώσεων παρατήρησης διπλών διαφορών σημαίνει αναζήτηση του κατάλληλου συνόλου των παραμέτρων N σε γεωμετρικό χώρο τριών διαστάσεων, εφόσον χρησιμοποιούνται οι τέσσερις πρώτοι δορυφόροι. Η διαδικασία αυτή φαίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 8, αλλά σε δύο διαστάσεις στο επίπεδο. Για το λόγο αυτόν απαιτούνται αρχικές τιμές για τις παραμέτρους N έτσι, ώστε να καθοριστεί η περιοχή, μέσα στην οποία πρόκειται να πραγματοποιηθούν η διερεύνηση και η επικύρωση για την κατάλληλη επιλογή των N . Στις τρεις διαστάσεις ο πιο κοινός χώρος διερεύνησης των πιθανών λύσεων είναι ο γεωμετρικός χώρος ενός κύβου, ο οποίος (κύβος) είναι κεντρωμένος στις αρχικές τιμές των θέσεων των παραμέτρων (π.χ. $N_{A,B}(1)$, $N_{A,B}(2)$, $N_{A,B}(3)$). Οι διαστάσεις του κύβου καθορίζονται είτε από εμπειρία είτε με στατιστικά κριτήρια (π.χ. μέγεθος σφάλματος ή τυπικών αποκλίσεων).

Όταν καθοριστεί η περιοχή διερεύνησης των πιθανών λύσεων και οι διαστάσεις της, το επόμενο βήμα είναι να προσδιοριστούν οι σωστές τιμές των παραμέτρων N που βρίσκονται εντός της περιοχής αυτής. Η διαδικασία επικύρωσης των λύσεων θεωρεί ότι οι παρατηρήσεις GPS στη φάση σε συνδυασμό με τη βέλτιστη τιμή των παραμέτρων N θα πρέπει να ικανοποιούν κάποια στατιστικά και μαθηματικά κριτήρια. Οι παρατηρήσεις στη φάση θα πρέπει να αποδίδουν ικανοποιητικές λύσεις για την επιζητούμενη θέση του σταθμού. Οι «παραδεκτές» αυτές τιμές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επικυρώσουν ή να απορρίψουν ένα υποψήφιο σύνολο τιμών των παραμέτρων N . Κάθε σύνολο τιμών των παραμέτρων N , το οποίο δεν απορρίπτεται σε κάθε εποχή μετρήσεων (epoch), αποθηκεύεται και εξετάζεται αργότερα στην αμέσως επόμενη εποχή των μετρήσεων, κ.ο.κ. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται, έως ότου εξεταστούν όλα τα κριτήρια αποδοχής και απόρριψης των πιθανών λύσεων. Περισσότερες λεπτομέρειες δίδονται στους Abidin (1993) και Han (1997).

Σύμφωνα με τον Hatch (1990), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να επιλύσει και να προσδιορίσει αμέσως τις τιμές για παραμέτρους N , εφόσον είναι διαθέσιμες μετρήσεις διπλής συχνότητας και επτά ή περισσότεροι δορυφόροι, ενώ ταυτόχρονα οι επιδράσεις της ιονόσφαιρας και της τροπόσφαιρας είναι ασήμαντες. Στην περίπτωση που είναι διαθέσιμοι έξι δορυφόροι για μετρήσεις, ο προσδιορισμός των παραμέτρων απροσδιοριστίας N μπορεί να γίνει σε λιγότερο από δύο λεπτά της ώρας, ενώ στην περίπτωση πέντε δορυφόρων ο χρόνος των μετρήσεων δεν υπερβαίνει τα πέντε λεπτά.

Επίσης, όταν χρησιμοποιούνται πέντε με έξι δορυφόροι και γίνονται μετρήσεις GPS μίας μόνον συχνότητας με σημαντικές τροποσφαιρικές και ιονοσφαιρικές επιδράσεις, ο προσδιορισμός των παραμέτρων N καθίσταται πιο δύσκολος. Στην περίπτωση αυτή, απαιτούνται μετρήσεις αρκετών ωρών.

3.5. Συνδυασμός τεχνικών

Μια ολοκληρωμένη μέθοδος για τον προσδιορισμό των παραμέτρων απροσδιοριστίας N μπορεί να χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό μετρήσεων από GPS αλλά και αδρανειακών συστημάτων INS (Inertial Navigation Systems). Σημειώστε, όμως, ότι τα όργανα INS παρέχουν πληροφορίες σχετικών γεωδαιτικών θέσεων (στιγμάτων) και επομένως είναι κατάλληλα κυρίως για την αποφυγή (ή καλύτερα επιδιόρθωση) των απότομων μεταβολών («ολίσθήσεων») στους ακέραιους κύκλους στη φάση και επομένως δεν συνεισφέρουν καμία πληροφορία στην αρχική διαδικασία του προσδιορισμού των παραμέτρων N .

4. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΑΣ ΣΕ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΟ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟ

Οι περισσότερες τεχνικές κινηματικού προσδιορισμού θέσης, με εξαίρεση τη μέθοδο των παρατηρήσεων πολύ ευρέος πλέγματος, εφαρμόζουν λίγο πολύ την ίδια προηγούμενη στρατηγική για τον υπολογισμό των παραμέτρων απροσδιοριστίας N .

Ουσιαστικά, η ανάλυση και ο προσδιορισμός των παραμέτρων N επιτυγχάνονται με διαδοχικές προσεγγίσεις πολλών συνδυασμών παραμέτρων N μέσα στην περιοχή διερεύνησης. Η περιοχή διερεύνησης συνήθως επικεντρώνεται σε αρχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων N και μπορεί να είναι είτε ο μαθηματικός χώρος, όπως προδιαγράφεται στο «χώρο των παραμέτρων N », είτε ο φυσικός γεωμετρικός χώρος στο «χώρο των γεωδαιτικών συντεταγμένων». Η διαδικασία προσδιορισμού των σωστών τιμών των ακέραιων παραμέτρων N επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας συγκεκριμένα κριτήρια στατιστικής για την επικύρωση των επιλεγμένων λύσεων.

Η διαδικασία των διαδοχικών προσεγγίσεων τερματίζεται, όταν ικανοποιούνται τα κριτήρια στατιστικού ελέγχου, οπότε και καθορίζονται οι ακέραιες τιμές για τις παραμέτρους N (βλέπε σχήμα 9).

5. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ N ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΒΑΣΗ

5.1. Μικρές γεωδαιτικές βάσεις

Στον κινηματικό εντοπισμό, ο προσδιορισμός των ακέραιων παραμέτρων απροσδιοριστίας N για μικρές αποστάσεις βασίζεται στο γεγονός ότι οι ιονοσφαιρικές καθυστερήσεις και τα σφάλματα τροχιάς θεωρούνται αμελητέα. Στην περίπτωση, όμως, μεσαίων και μεγάλων γεωδαιτικών βάσεων, οι ευρέος πλέγματος παράμετροι N_{L5} , που προκύπτουν από γραμμικό συνδυασμό των L1 και L2, μπορούν να προσδιοριστούν, μόνον όταν υπάρχουν ακριβείς μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων στις συχνότητες L1 και L2.

Παρατηρήσεις απαλλαγμένες ιονόσφαιρας (εξίσωση 3.7) μπορούν, επίσης, να χρησιμοποιηθούν και εδώ για τον προσδιορισμό των ακέραιων παραμέτρων N . Χρησιμοποιώντας δεδομένα διπλής συχνότητας για μισή με μία ώρα και με συνεχείς και απρόσκοπτες μετρήσεις στη φάση, ο προσδιορισμός των παραμέτρων N είναι εφικτός (Abidin, 1993). Σε αυτήν την περίπτωση, οι δορυφορικές εφημερίδες μεγάλης ακρίβειας θεωρούνται απαραίτητες.

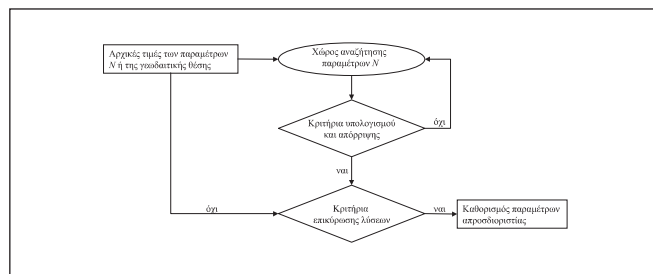
5.2. Μεσαίες γεωδαιτικές βάσεις

Ένας συνδυασμός τεχνικών αξιολόγησης των λύσεων στο «χώρο των παραμέτρων N » και το «χώρο των συντεταγμένων», με μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων ακριβείας, προσφέρει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα σε σχέση με τις προηγούμενες μεμονωμένες και ανεξάρτητες μεθόδους. Στόχος του αλγορίθμου αυτού είναι η ταυτόχρονη μεγιστοποίηση της τιμής της συνάρτησης AF (εξίσωση 27) και η ελαχιστοποίηση των υπολειπόμενων σφαλμάτων που προκύπτουν τη στατιστική ανάλυση.

Ο αλγόριθμος απαιτεί συνδυασμό μετρήσεων από ψευδο-αποστάσεις και από φάση και εφαρμόζεται, όταν οι πολυκλαδικές επιδράσεις στα σήματα του GPS δεν είναι σοβαρές. Στηρίζεται, επίσης, στη στιγμιαία γεωμετρία των δορυφόρων και στον προσδιορισμό των αρχικών τιμών των παραμέτρων N , ενώ απαιτεί τη χρήση δεκτών GPS ικανών για ακριβείς μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων και φάσης.

5.3. Μεγάλες γεωδαιτικές βάσεις

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται για τον επαναπροσδιορισμό του ακέραιου αριθμού N των παραμέτρων, στην περίπτωση που επέλθει «ολίσθηση» κύκλων στις μετρήσεις φάσης. Χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό τεχνικών επανεκτίμη-



Σχήμα 9: Ανάλυση αβεβαιοτήτων στον κινηματικό εντοπισμό.

Figure 9: Searching ambiguities in kinematic positioning.

σης και προσδιορισμού των ακέραιων κύκλων των παραμέτρων N , εάν το κενό διάστημα στις μετρήσεις είναι μικρότερο από μερικά λεπτά της ώρας.

Το μόνο σοβαρό πρόβλημα, που αντιμετωπίζει η τεχνική αυτή, είναι τα σφάλματα στις μετρήσεις φάσεις που μεταβάλλονται με το χρόνο. Δύο τεχνικές υπολογισμού των παραμέτρων N χρησιμοποιούνται εδώ: Η πρώτη απαιτεί ακριβείς μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων, ενώ η δεύτερη όχι.

Η πρώτη τεχνική χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό μετρήσεων ψευδο-αποστάσεων ακριβείας και φάσης, ώστε να απαλειφθούν τα σφάλματα των χρονομέτρων δορυφόρου-δέκτη και τα σφάλματα λόγω της κίνησης του δευτερεύοντος σταθμού. Τα υπόλοιπα σφάλματα της τροχιάς, ιονόσφαιρας, τροπόσφαιρας και των πολυκλαδικών επιδράσεων στον ακίνητο δέκτη, μεταβάλλονται αρκετά ομαλά και μπορούν να προβλεφθούν. Με τον τρόπο αυτό πιθανά κενά μετρήσεων της τάξης 1-5 min δεν δημιουργούν προβλήματα.

Στην περίπτωση που είναι διαθέσιμες μετρήσεις φάσης αλλά όχι ακριβείς μετρήσεις ψευδο-αποστάσεων, τότε χρησιμοποιείται ένας συνδυασμός της μεθόδου της συνάρτησης AF και ενός φίλτρου Kalman για την πρόβλεψη της κίνησης του μετακινούμενου σταθμού. Η μέθοδος της συνάρτησης AF προσδιορίζει τη θέση και τις ακέραιες παραμέτρους N , ενώ το φίλτρο Kalman κάνει πρόβλεψη για τις γεωδαιτικές συντεταγμένες του σταθμού. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται σε κινηματικό εντοπισμό μεγάλων γεωδαιτικών βάσεων και απαιτεί προσδιορισμό των αρχικών παραμέτρων N κατά την έναρξη λειτουργίας της μεθόδου.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Την τελευταία δεκαετία αναπτύχθηκε μια ποικιλία μεθόδων ανάλυσης των παραμέτρων απροσδιοριστίας N , κάθε μία με διαφορετικά χαρακτηριστικά, πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η ανάλυση των παραμέτρων απροσδιοριστίας N , που χρησιμοποιεί ειδικές τεχνικές πεδίου, είναι πιο αποτελεσματική αλλά οι εφαρμογές της είναι περιορισμένες. Οι τεχνικές αναζήτησης των κατάλληλων παραμέτρων N στους διάφορους φυσικούς ή μαθηματικούς χώρους είναι πιο βολι-

κές για ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, αλλά περιπλέκονται από σφάλματα, όπως ιονοσφαιρικά, τροποσφαιρικά, πολυκλαδικά κ.ά.

Έτσι, η ανάλυση των παραμέτρων απροσδιοριστίας N αποτελεί και σήμερα μια επιστημονική πρόκληση. Ευτυχώς, υπάρχουν καλές προοπτικές για τη βελτίωση της αξιοπιστίας και επικύρωσης των λύσεων για τις παραμέτρους N . Μία από αυτές τις προοπτικές είναι η χρήση δεκτών GPS και GLONASS που θα έχουν τη δυνατότητα να παρατηρούν πολλούς δορυφόρους. Μια άλλη προσπάθεια είναι η τοποθέτηση μιας επιπλέον νέας συχνότητας (ονομάζεται L5) στη καινούργια γενιά των δορυφόρων Block II, στην οποία θα διαμορφωθεί ένας νέος κώδικας, παρόμοιος με τον κώδικα C/A. Μια τέτοια δεύτερη συχνότητα θα επέτρεπε στους χρήστες του GPS να διαμορφώσουν με μεγαλύτερη ευκολία παρατηρήσεις ευρέος πλέγματος L5 και να δώσουν, με τον τρόπο αυτό, καλά αποτελέσματα για τις παραμέτρους N στις μετρήσεις φάσης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Abidin, H.Z (1993). **Computational and geometrical aspects of on-the-fly ambiguity resolution**. Ph.D. dissertation, Technical report No 164, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada.
2. Abidin, H. Z. (1994). On-the-fly ambiguity resolution. **GPS World**, 5(4), 40-50.
3. Blewitt, G. (1989). Carrier Phase Ambiguity Resolution for the Global Positioning System Applied to Geodetic Baselines up to 2000 km. **Journal of Geophysical Research**, Vol. 94, B4, pp. 10187-10203.
4. Cannon, M. E. (1987). **Kinematic positioning using GPS pseudo-range and carrier phase observations**. The University of Calgary, Ph.D. Dissertation, Alberta, Canada.
5. Counselman, C. C. and S. A. Gourevitch (1981). Miniature Interferometer Terminals for Earth Surveying: Ambiguity and Multipath with the Global Positioning System. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, Vol. GE-19, No 4, pp. 244-252.
6. Erickson, C. (1992). An analysis of ambiguity resolution techniques for rapid static GPS surveys using single frequency data. **Proceedings 5th International Technical Meeting of the Satellite Division of U.S. Institute of Navigation**, Sept. 16-18, pp. 453-462.
7. Han, S. and C. Rizos (1997). Comparing GPS ambiguity resolution techniques. **GPS World**, Vol. 8, No 10, pp. 54-61.
8. Han, S. and C. Rizos (1996). Improving the computational efficiency of the ambiguity function algorithm. **Journal of Geodesy**, Vol. 70, pp. 330-341.
9. Han, S. (1997). **Carrier phase-based long-range GPS kinematic positioning**. Ph.D. Dissertation, The University of New South Wales, Sydney, Australia.
10. Hofmann-Wellenhof, B.; H. Lichtenegger and J. Collins, (1994). **GPS Theory and Practice**. Springer-Verlag, Vienna, New York, 3rd edition, 355 pp.
11. Parkinson, B. W and J. J. Spilker (1996). **Global Positioning System: Theory and Applications**, Vol. 164, Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. Washington, D.C.
12. Remondi, B. W. (1984). **Using the Global Positioning System Phase Observables for Relative Geodesy, Modeling, Processing and Results**, Ph.D. Dissertation, NOAA, Rockville.
13. Remondi, B. W. (1991). Pseudo-kinematic GPS Results using the Ambiguity Function Method, **Journal of Navigation (USA)**, Vol. 38, No 1, pp. 17-36.
14. Seeber, G. (1993). **Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications**. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 531 pp.
15. Teunissen, P. and A. Kleusberg (eds, 1998). **GPS for Geodesy**, Springer-Verlag, Berlin, Second Edition.

Στέλιος Π. Μερτίκας,

Διπλ. ATM (ΕΜΠ), M.Sc.E (UNB), Ph.D. (UNB), Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Τομέας Ανίχνευσης & Εντοπισμού, Εργαστήριο Γεωδαισίας & Πληροφορικής των Γεωεπιστημών, Πολυτεχνειούπολη, 731 00, Χανιά, Κρήτη.

Σπυριδούλα Λαχανά,

Διπλ. Μηχανικός Ορυκτών Πόρων Πολυτεχνείου Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνειούπολη, 731 00, Χανιά, Κρήτη.

Extended summary

Ambiguity Resolution in GPS Carrier-Phase Measurements

STELIOS P. MERTIKAS

Professor, Technical University of Crete

SPIRIDOULA LAHANAMineral Resources Engineer
Technical University of Crete*Abstract*

This paper examines the techniques used for the ambiguity resolution in the carrier-phase measurements of the Global Positioning System (GPS). These techniques refer not only to static but also in kinematic geodetic positioning. Finally, the paper describes the methods used for ambiguity resolution, as a function of distance between two receivers in small, medium and large baselines.

The basic observables which can be extracted from the Global Positioning System signal are the pseudorange and the carrier phase. Those two types of observations permit us to determine position, velocity and time. Comparing these two observables we can say that, even with the advances in code-measurement technology, the carrier phase is by far the more precise.

The carrier-phase observable is in fact the phase of the received carrier with respect to the phase of a carrier generated by an oscillator in the GPS receiver. So, the desired observable would be the total number of full carrier cycles, plus the fractional cycle, between the antennas of a satellite and a receiver. But the problem is that a GPS receiver does not have the capability of distinguishing one carrier cycle from another. The best it can do is measure the fractional phase and keep track of the phase changes. Therefore, the initial phase is an ambiguous range measurement and this unknown number of cycles at signal lock-on or ambiguity N , must be estimated or accounted from the GPS data, and the correct estimates must be integers.

The data-processing procedure by which the integer ambiguity value is going to be determined is called ambiguity resolution (AR). On-the-fly (OTF) ambiguity resolution are the specialized techniques which were developed to positioning moving platforms to an accuracy of a few centimeters in real time, in three dimensions. Instantaneous ambiguity resolution is the approach in which ambiguities may be resolved using just one epoch of data.

GPS single-difference (between-station or between satellite) and double-difference carrier phase measurements are ambiguous by an unknown integer number of cycles. In the first case this cycle ambiguity cannot be separated from the clock related errors in the receiver and satellites. In the second case clock related errors in the receivers and satellites are cancelled by a differencing process. In this case ambiguities result as real valued (float solution) estimable parameters and the position solution is often referred to as an ambiguity-free solution. In GPS triple-differenced observables, ambiguities are eliminated from the observation model. Because significant change in satellite geometry and elimination of the major errors and biases in the observations are required for reliable ambiguity resolution, these procedures cannot totally exploit the potential accuracy of carrier-phase observations.

A variety of AR techniques have been developed during the past decade. These ambiguity resolution procedures should make use of all possible constraints provided by the observations. Four main constraints can be identified: Instantaneous satellite geometry constraint, Change in satellite geometry constraint, Integer constraint and Sort range constraint.

In this article, we describe how AR techniques work over short, medium and long distances. We will also see how OTF ambiguity resolution techniques work and we will categorize them.

Short-range AR techniques can be categorized into those that rely on special operational modes; ambiguity search procedures in the observation, co-ordinate, and estimated ambiguity domains. Medium, and long range AR techniques can be categorized into integrated and recovery techniques. Lastly, OTF AR techniques include the extra wide-laning technique, least-squares ambiguity searching approach and the integrated on-the-fly ambiguity resolution technique.

*Submitted: June 1, 1999 Accepted: Dec. 20, 1999***Stelios P. Mertikas,**

Dipl. Eng., (NTUA), M.Sc.E (UNB), Ph.D. (UNB), Professor, Technical University of Crete, Mineral Resources Engineering Department, Division of Exploration & Positioning, Laboratory of Geodesy and Geomatics Engineering, Chania, Crete, GR-731 00.

Spiridoula Lahana,

Mineral Resources Engineer, Technical University of Crete, Mineral Resources Engineering Department, Chania, Crete, GR-731 00.