

Οπτική του Ευκλείδη και Καμπυλόμορφη Αντίληψη του Χώρου

A.M. ΚΟΥΡΝΙΑΤΗ

Δρ Αρχιτέκτων Μηχανικός, Βοηθός Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Η προοπτική ως γεωμετρικό σύστημα απεικόνισης εφαρμόστηκε κατά την Αναγέννηση, αντλεί όμως την καταγωγή της από την κλασική Αρχαιότητα. Η πρώτη γραπτή προσέγγιση στα προβλήματα της οπτικής αντίληψης, όπως είχαν προκύψει από την παρατήρηση και την εφαρμογή των οπτικών νόμων στην Τέχνη και την Αρχιτεκτονική από τον 5^ο π.Χ. αιώνα, γίνεται μέσα από τις προτάσεις της Οπτικής του Ευκλείδη. Επιπλέον, η καμπυλόμορφη αντίληψη του χώρου, που αναδύεται από τις προτάσεις της Ευκλείδειας Οπτικής, προσανατολίζει προς ένα σύστημα καμπυλόγραμμων προοπτικών απεικονίσεων, το οποίο σε πολλές περιπτώσεις αποδίδει αποτελεσματικότερα από την ευθύγραμμη προοπτική την οπτική μας εμπειρία.

1. ΓΕΝΙΚΑ

Η περίοδος της Αναγέννησης χαρακτηρίστηκε από μία στροφή προς τη σκέψη και την Τέχνη των κλασικών χρόνων. Η Τέχνη γίνεται ανθρωποκεντρική και μιμητική, οι δε καλλιτέχνες ανατρέχουν σε αρχαίες πηγές και μελετούν το έργο των αρχαίων φιλοσόφων και μαθηματικών. Καλλιτέχνες με ευρύ πεδίο γνώσεων, όπως ο Leon Batista Alberti, ο Piero della Francesca, ο Leonardo da Vinci κ.ά., οι οποίοι και εδραίωσαν τη γεωμετρική προοπτική μέθοδο απεικόνισης, εμπλουτίζουν τις γνώσεις τους για την οπτική αντίληψη από αρχαία κείμενα και ειδικότερα από την Ευκλείδεια Οπτική, όπως φαίνεται από αναφορές τους σε διάφορα σημεία των μελετών τους. Ο οπτικός κώνος του Ευκλείδη, με κορυφή το σταθερό σημείο οράσεως, γίνεται για τον Alberti οπτική πυραμίδα και η τομή της με το επίπεδο του πίνακα οδηγεί στην προοπτική απεικόνιση.

Οι καλλιτέχνες, οι οποίοι μελέτησαν και εφάρμοσαν την προοπτική, προβληματίζονταν για τις διαφορές μεταξύ οπτικής αντίληψης και προοπτικής απεικόνισης και παρέπεμπαν άμεσα ή έμμεσα στην Οπτική του Ευκλείδη. Ο Piero della Francesca επισημαίνει [1] ότι η γωνία στην κορυφή του οπτικού κώνου πρέπει να είναι μικρή, ώστε να αποφεύγονται οι παραμορφώσεις στα άκρα της εικόνας. Ο Leonardo da Vinci [2], στην “Περί Ζωγραφικής” πραγματεία του, παρατηρεί ότι

ίσα μεγέθη με την απομάκρυνση από το σημείο οράσεως απεικονίζονται να αυξάνουν σε μέγεθος, ενώ θα έπρεπε να ελαττώνονται. Η αναμενόμενη ελάττωση του μεγέθους θα προέκυπτε, εάν ο πίνακας απεικόνισης ήταν σφαιρικός. Με τις παρατηρήσεις αυτές καταλήγει στην καμπυλόμορφη θεώρηση του χώρου, η οποία ήταν γνωστή ήδη από τους κλασικούς χρόνους και την οποία είχε διατυπώσει ο Ευκλείδης [3] στην Οπτική του. Ο ίδιος προβληματισμός, που προέκυψε από την ανάγκη νατουραλιστικών απεικονίσεων και σχετιζόταν με την ευκλείδεια θεώρηση της καμπυλόμορφης αντίληψης του χώρου, διατυπώνεται από διάφορους θεωρητικούς και καλλιτέχνες.

Περί τα μέσα του 15ου αιώνα ο Ελβετός ζωγράφος Konrad Witz [4] αποδίδει τα αρχιτεκτονικά στοιχεία στους πίνακές του με καμπύλες, ενώ ο Γάλλος καλλιτέχνης Jean Fouquet στις μινιατούρες του χρησιμοποιεί έντονες καμπυλότητες. Παρόμοιες καμπύλες χρησιμοποιούν στα έργα τους οι καλλιτέχνες Carel Fabritius (1652), J.M.W Turner (1828) και William Herdman (1853), ενώ οι θεωρητικοί, όπως ο Baltassare Lanci (1557), ο καθηγητής Προοπτικής Thomas Malton [5] (1779) και ο καθηγητής Guido Hack [6] (1879), αναλύουν και αναπτύσσουν τις αρχές μιας καμπυλόγραμμης προοπτικής.

Περί τα μέσα του 20ου αιώνα ο M.C. Escher προσεγγίζει στις λιθογραφίες του [7] την καμπυλόγραμμη απεικόνιση μέσω τομής της οπτικής δέσμης από μία κυλινδρική επιφάνεια, ενώ οι θεωρητικοί A. Barre και A. Flocon [8] με τη μελέτη τους “La Perspective Curvilligne” αναλύουν τις προοπτικές απεικονίσεις που προκύπτουν από την τομή της οπτικής δέσμης με σφαιρική επιφάνεια και τη μεταφορά της εικόνας στο επίπεδο μέσω διαφόρων τριγωνομετρικών σχέσεων και υπολογισμών.

Ο προβληματισμός αυτός, όπως αναφέρθηκε, ο οποίος προέκυψε από την ανάγκη νατουραλιστικών απεικονίσεων, βασίζεται στην ευκλείδεια θεώρηση της καμπυλόμορφης αντίληψης του χώρου, η οποία είναι η γεωμετριοποιημένη καταγραφή της οπτικής εμπειρίας, όπως προέκυψε από την παρατήρηση και την αναζήτηση αιτίων και εξηγήσεων.

Πράγματι, στην Ελλάδα, από τον 7ο και τον 6ο π.Χ. αιώνα, όπου αρχίζει να δημιουργείται η έννοια της επιστήμης, να αναζητούνται οι αιτίες και να δίνονται ερμηνείες των φαινομένων, η πρακτική γνώση δίνει τη θέση της στην ελεύθερη αναζήτηση και τη θεωρητική έρευνα. Οι φιλόσοφοι της Ιωνίας, από τον 6ο π.Χ. αιώνα, διατυπώνουν απόψεις και θεωρίες για τη φύση και τον άνθρωπο, αρνούμενοι να δεχθούν την οποιαδήποτε μυστικιστική ή υπερφυσική παρέμβαση, βασιζόμενοι όχι στη δεδομένη γνώση αλλά στην παρατήρηση και την ορθή σκέψη [9]. Στην τέχνη οι απεικονίσεις ξεφεύγουν σταδιακά από την αρχαϊκή στατικότητα και στρέφονται στην αναζήτηση της πραγματικότητας. Στους κλασικούς χρόνους, η ελευθερία, που παρατηρείται στον τρόπο ζωής, ευνοεί την ελεύθερη αναζήτηση στις επιστήμες και τις τέχνες. Οι φιλόσοφοι διατυπώνουν διάφορες απόψεις για τη λειτουργία της όρασης επισημαίνοντας την αδυναμία της να δώσει ασφαλή συμπεράσματα και οι καλλιτέχνες προσπαθούν να αποδώσουν την οπτική εμπειρία όσο μπορούν πιο πιστά. Όπως φαίνεται από τα διασωθέντα κείμενα του Πλάτωνα [10], του Αριστοτέλη [11], του Βιτρούβιου [12] και άλλων φιλοσόφων και στοχαστών της Αρχαιότητας, οι καλλιτέχνες, υποτάσσονται στους οπτικούς νόμους και εγκαταλείπουν το αληθινό, προκειμένου να επιτύχουν το αληθοφανές και το εύρυθμο αισθητικό αποτέλεσμα. Η γνώση των οπτικών νόμων και η εμπειρία τούς κάνει ικανούς να προβλέπουν τις παραμορφώσεις που πιθανόν να προέκυπταν στα έργα τους και να επεμβαίνουν με τις κατάλληλες οπτικές διορθώσεις στο στάδιο της μελέτης.

2. Η ΟΠΤΙΚΗ ΤΟΥ ΕΥΚΛΕΙΔΗ

Η πρώτη επιστημονική προσέγγιση των οπτικών φαινομένων, από μαθηματική άποψη, γίνεται από τον Ευκλείδη, τον 4ο π.Χ. αιώνα, μέσα από τις προτάσεις που διατυπώνει και αποδεικνύει στην Οπτική του. Στη μελέτη αυτή ο Ευκλείδης συγκεντρώνει και καταγράφει όλες τις μέχρι τότε εμπειρικές γνώσεις γύρω από την οπτική αντίληψη και επιχειρεί μία γεωμετρική ερμηνεία των οπτικών φαινομένων.

Τα βασικά σημεία, που χαρακτηρίζουν την Οπτική του Ευκλείδη και τα οποία αποτελούν τη βάση της προοπτικής θεωρίας και πρακτικής, είναι:

- Η καμπυλόμορφη αντίληψη του χώρου, η οποία σε ορισμένα σημεία διατυπώνεται ρητά [13] και η οποία κυριαρχεί στο σύνολο των προτάσεων της Ευκλείδειας Οπτικής. Με τη διαπίστωση ότι όσα επίπεδα βρίσκονται χαμηλότερα από το μάτι φαίνονται κοίλα, εδραιώνει την καμπυλόμορφη οπτική θεώρηση του χώρου. Η ίδια αυτή καμπυλόμορφη αντίληψη θα διατυπωθεί αιώνες αργότερα από τον Leonardo da Vinci. Ο καλλιτέχνης γίνεται γνώστης του φαινομένου της καμπυλόγραμμης παραμόρ-

φωσης γύρω στο 1505, ενώ παρατηρούσε το πέταγμα των πουλιών και τον καλπασμό των αλόγων [14]. Ρητή αναφορά του Leonardo σε καμπυλόγραμμη προοπτική παραμόρφωση υπάρχει στο χειρόγραφο E (1513 - 1514) φύλλο 4r. [15], αναφέρει δε συγκεκριμένα: "... ένας μακρύς ορθογώνιος τοίχος, αποτελούμενος από 4 πλευρές και 4 γωνίες, θα φανεί στο μάτι με τις ανώτερες και κατώτερες πλευρές **ευθείες ή καμπυλόγραμμες**".

- Οι οπτικές ακτίνες, που κατευθύνονται από τον παρατηρητή προς το αντικείμενο, και η οπτική γωνία που ορίζουν αποτελούν τον βασικό παράγοντα καθορισμού της θέσης του μεγέθους και της μορφής των αντικειμένων. Στην Αρχιτεκτονική, η χωροθέτηση των κτισμάτων στα αρχαία συγκροτήματα είναι πιθανό να γινόταν μέσω γεωμετρικού οπτικού συστήματος, που είχε ως βάση τις οπτικές ακτίνες, τις αντίστοιχες γωνίες και τις αποστάσεις από το καθορισμένο σημείο οράσεως [16].
- Οι αναφορές στις οπτικές ψευδαισθήσεις, τις σχετικές με τη θέση ή με το μέγεθος του αντικειμένου, που δημιουργούνται, όταν δεν υπάρχει σαφής αντίληψη της απόστασης. Τα προοπτικά τεχνάσματα, που εφαρμόστηκαν σε αρχιτεκτονικά μνημεία της Αρχαιότητας και της Αναγέννησης [17] με σκοπό τη δημιουργία οπτικών εντυπώσεων, που αναπλάθουν μία διαφορετική αντιληπτή πραγματικότητα, ερμηνεύονται μέσω αυτών των προοπτικών παρατηρήσεων του Ευκλείδη.
- Οι αναφορές στην ασάφεια των περιγραμμάτων των αντικειμένων, όταν παρατηρούνται από μεγάλη απόσταση, δηλαδή στην ατμοσφαιρική προοπτική, την εφαρμογή της οποίας θα συναντήσει κανείς σε τοιχογραφίες της Ελληνιστικής Περιόδου. Τις αρχές της ατμοσφαιρικής προοπτικής θα διατυπώσει με σαφήνεια αιώνες αργότερα ο Λεονάρδο Ντα Βίντσι, συμπληρώνοντας και τελειοποιώντας τη γραμμική προοπτική του Alberti [18].
- Αναφορές στα αμφίρροπα σχήματα όπου η αντίληψη του βάθους είναι διφορούμενη. Το πρόβλημα της διφορούμενης αντίληψης του βάθους ήταν γνωστό στους καλλιτέχνες της αρχαιότητας, οι οποίοι χρησιμοποιούσαν τέτοιους σχηματισμούς σε διάφορα ψηφιδωτά, όπως αυτά της Αντιοχείας [19] του 3ου μ.Χ αιώνα.
- Οι προοπτικές παρατηρήσεις για τις οπτικές εικόνες διάφορων επιπέδων και χωρικών σχημάτων, όπως ο κύκλος, ο κώνος, ο κύλινδρος και η σφαίρα από διάφορες θέσεις του παρατηρητή, οι οποίες βασίζονται στην καμπυλόμορφη αντίληψη του χώρου και
- Οι αναφορές στην αντίληψη της κίνησης και στην κινησιακή παράλλαξη, η οποία αποτελεί μία από τις σημαντικότερες ενδείξεις του αντιληπτικού μας συστήματος [20] για την εκτίμηση των αποστάσεων και γενικότερα για την αντίληψη του χώρου.

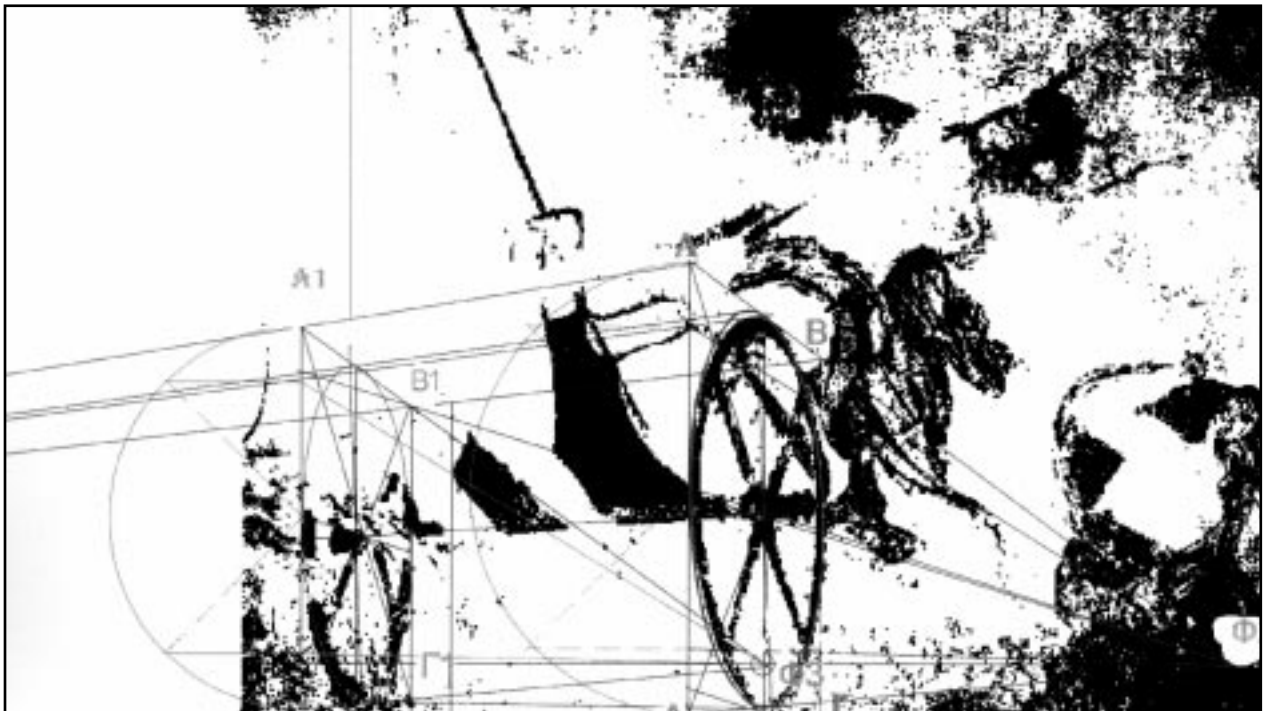
3. ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ

Οι παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα, που καταγράφει ο Ευκλείδης, συγκροτούν μία καταγραφή περί της οπτικής αντίληψης και παρέχουν τη δυνατότητα προσανατολισμού προς ένα συγκεκριμένο σύστημα απεικόνισης με οδηγό τις οπτικές ακτίνες και τις οπτικές γωνίες που σχηματίζουν. Έχοντας υπόψη ένα τέτοιο σύστημα προοπτικής απεικόνισης, το οποίο είναι πιθανό να ξεκίνησε εμπειρικά, αλλά μετά τη συστηματική διατύπωση των οπτικών νόμων από τον Ευκλείδη εξελίχθηκε σε οργανωμένο σύστημα, μπορεί να κατανοήσει κανείς έργα τέχνης και αρχιτεκτονικής της Αρχαιότητας. Μέσω ενός τέτοιου συστήματος οι μεν ζωγράφοι υπολόγιζαν με γραφικές χαράξεις τις προοπτικές συμκρύνσεις στα έργα τους, οι δε αρχιτέκτονες οργάνωναν το χώρο, καθόριζαν τις μορφές των κτιρίων, εξουδετέρωναν τις οπτικές απάτες και δυσμορφίες και τόνιζαν τα στοιχεία που αναδείκνυαν τη σύνθεσή τους.

Στη ζωγραφική των Κλασικών και Ελληνιστικών Χρόνων, η ύπαρξη απεικονιστικής τεχνικής, που ονομαζόταν σκηνογραφία, καταγράφεται σε αρχαίες μαρτυρίες του Πλούταρχου, του Αριστοτέλη [21] και του Βιτρούβιου [22]. Η ακρίβεια των χαράξεων και η προοπτικότητα, που παρα-

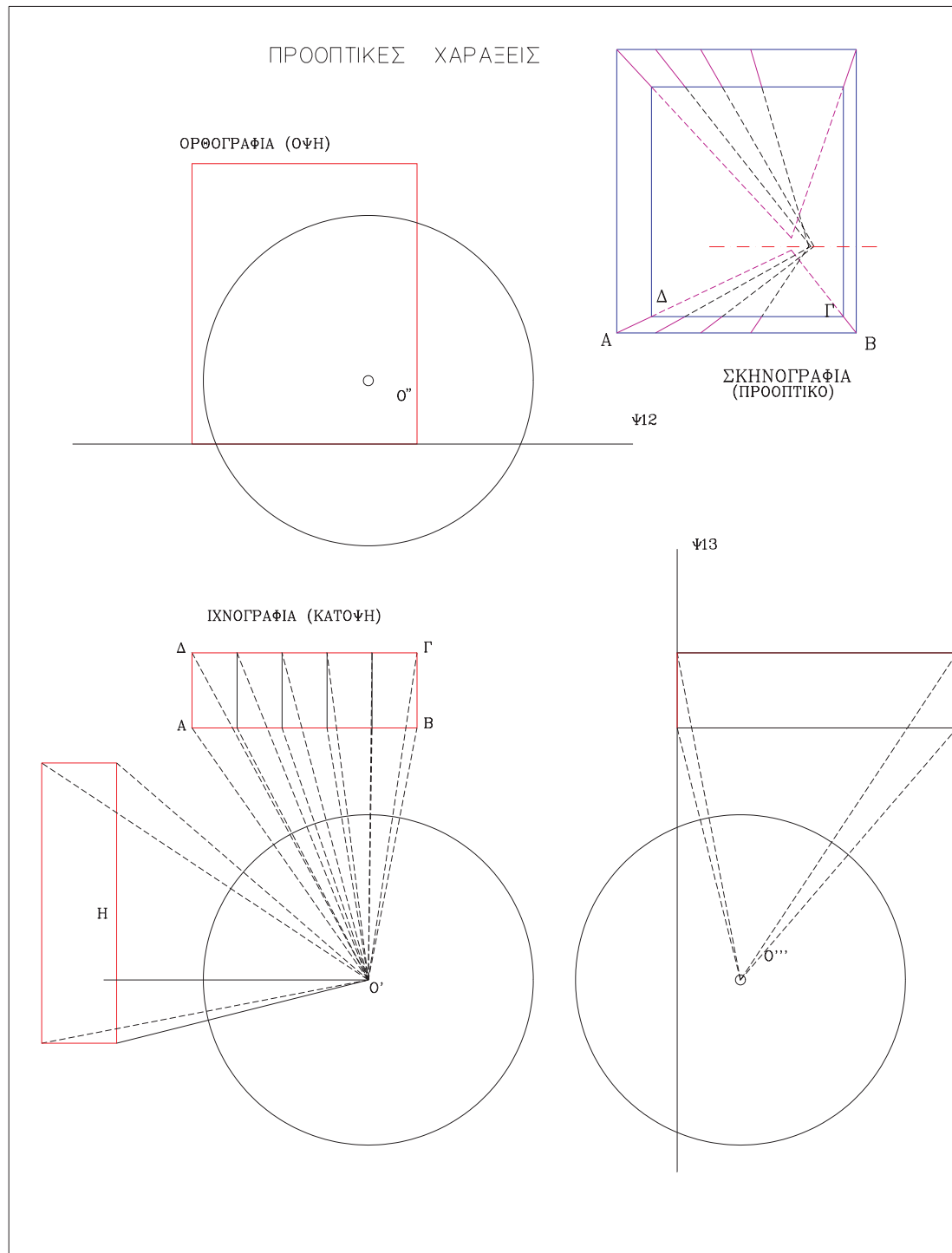
τηρείται σε τοιχογραφίες που έχουν διασωθεί, γίνονται κατανοητές, εάν δεχθεί κανείς την ύπαρξη συστήματος προοπτικής απεικόνισης.

Σε τοιχογραφία ταφικού μνημείου της Βεργίνας, που ανακαλύφθηκε πρόσφατα, χρονολογείται τον 4ο π.Χ. αιώνα και έχει ως θέμα την αρπαγή της Περσεφόνης, η ακρίβεια των χαράξεων του καλλιτέχνη επιβεβαιώνει την άποψη ύπαρξης προοπτικού συστήματος (σχ. 1). Με το σύστημα αυτό τα φαινόμενα μεγέθη εκφράζονται από τις οπτικές γωνίες που τα περιέχουν με τη βοήθεια ενός κύκλου, ο οποίος είναι το περίγραμμα της σφαίρας με κέντρο το σημείο οράσεως (σχ. 2). Οι χορδές των τόξων, που προκύπτουν στην επιφάνεια της σφαίρας από την προβολή των υπό παρατήρηση μεγεθών, μέσω μιας οριζόντιας και μιας εγκάρσιας τομής της οπτικής σφαίρας, μετρώνται και μεταφέρονται στο επίπεδο σχεδίασης καθορίζοντας έτσι τις βασικές αναλογίες των προοπτικών μεγεθών, από τα οποία θα προκύψουν τα περιγράμματα των όγκων. Η ύπαρξη της γραμμής του ορίζοντα και η διασπορά των σημείων φυγής των οριζοντίων ευθειών σε διάφορα σημεία αυτού, όπως φαίνεται να συμβαίνει σε διάφορες πομπηϊανές τοιχογραφίες (σχ. 3), συμφωνεί με τις γεωμετρικές χαράξεις που προκύπτουν από την εφαρμογή του συστήματος που αναφέρθηκε.



Σχ. 1: Χαράξεις μέσω H/Y της κατασκευής σημείων των ελλείψεων που αποτελούν τις εικόνες των τροχών στην τοιχογραφία της Βεργίνας με θέμα την αρπαγή της Περσεφόνης.

Fig. 1: CAD drawings of the construction points of the ellipses that represent the pictures of the wheels in the mural of Vergina representing the kidnapping of Persephone.



Σχ. 2: Γεωμετρική ερμηνεία της αναγωγής των οπτικών γωνιών σε προοπτικά μεγέθη.
Fig. 2: Geometric translation of visual angles into perspective dimensions.

4. ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ

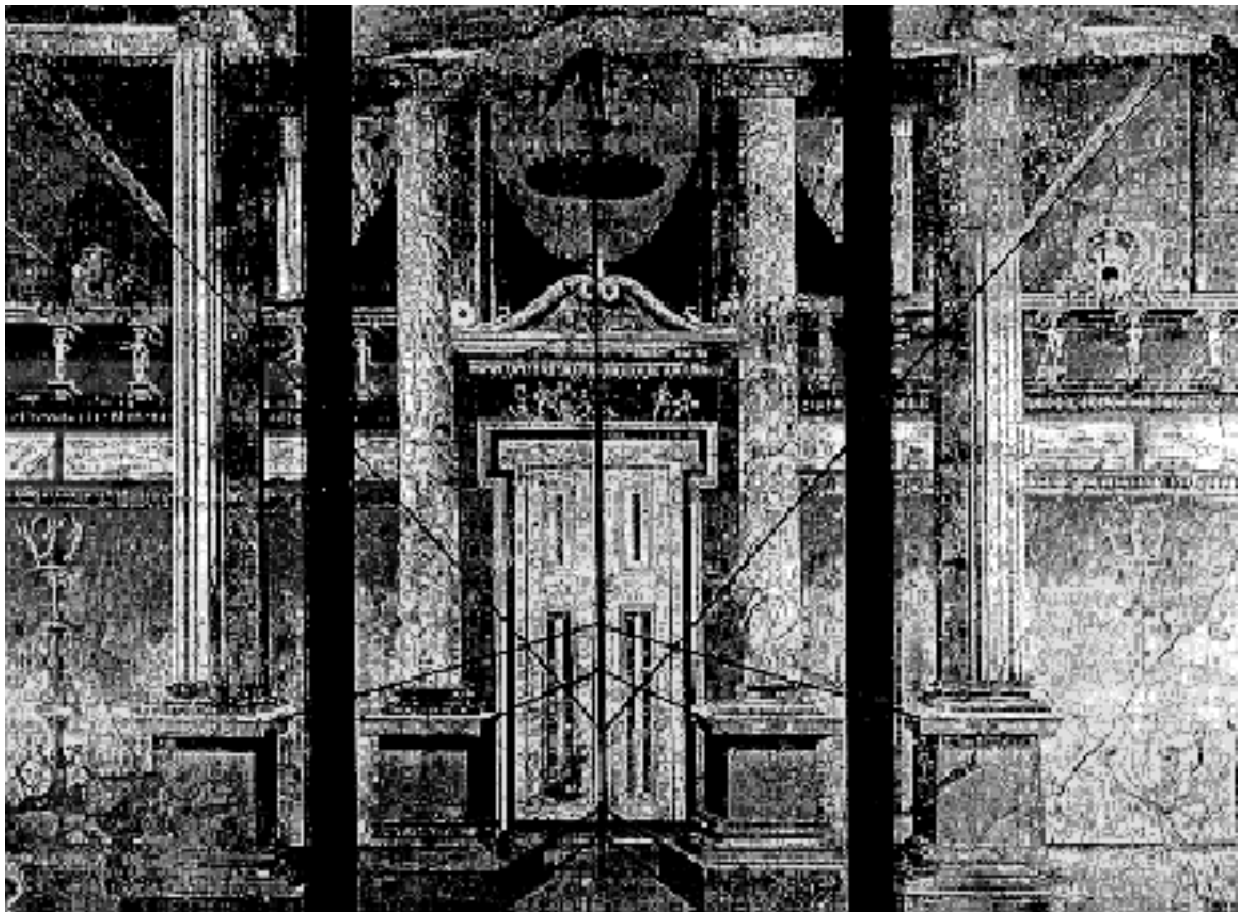
Ένα γεωμετρικό σύστημα απεικόνισης, που θα κατέγραφε τις οπτικές εικόνες των χωρικών αντικειμένων, όπως περιγράφονται από τον Ευκλείδη, θα ήταν ένα σύστημα καμπυ-

λόγραμης προοπτικής που θα προέκυπτε από την κεντρική προβολή των αντικειμένων σε μία σφαιρική επιφάνεια. Στο γεωμετρικό αυτό σύστημα απεικόνισης οι εικόνες, που προκύπτουν και οι οποίες συμφωνούν με τα όσα περιγράφει ο Ευκλείδης, είναι σύμφωνες και με την οπτική μας εμπειρία.

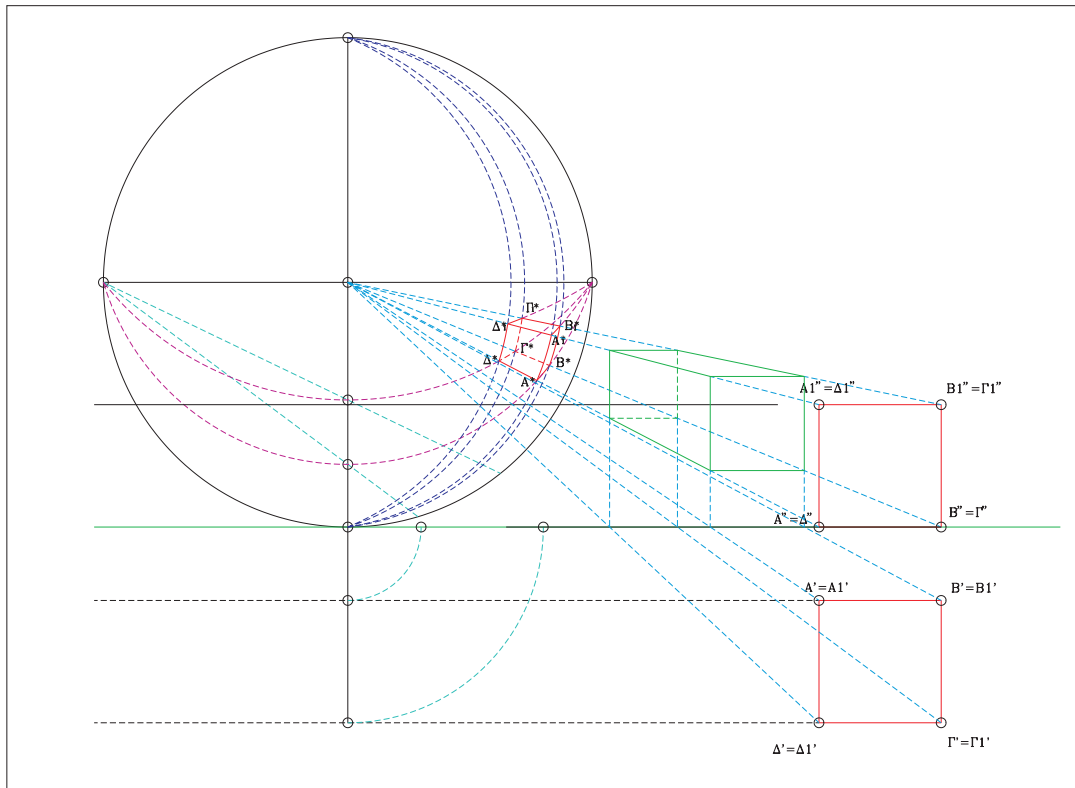
Το μέγεθος της εικόνας των αντικειμένων σε μία τέτοια απεικόνιση είναι συνάρτηση της οπτικής γωνίας, υπό την οποία φαίνονται από το σημείο παρατήρησης, το οποίο είναι και το κέντρο της σφαίρας. Η απόσταση του αντικειμένου από το σημείο οράσεως καθορίζει, μαζί με τη γωνία οράσεως, το φαινόμενο μέγεθος. Σε κάθε περίπτωση, ταυτόχρονα με την απομάκρυνση από το οπτικό κέντρο μειώνεται το φαινόμενο μέγεθος του αντικειμένου ανάλογα με την αντίστοιχη μείωση της οπτικής γωνίας, όπως είναι αναμενόμενο από την οπτική εμπειρία. Έτσι δεν προκύπτουν “παράδοξα”, όπως στην προοπτική απεικόνιση σε επίπεδο πίνακα. Οι προοπτικές εικόνες ίσων μεγεθών, επί παραδείγματι ίσων κυλίνδρων ή ίσων σφαιρών, σε άνισες αποστάσεις από το σημείο οράσεως θα έχουν αντίστοιχα άνισες εικόνες, των οποίων το μέγεθος θα καθορίζει η εκάστοτε οπτική γωνία. Για τη διατύπωση ενός σύγχρονου γεωμετρικού συστήματος προοπτικής απεικόνισης, σύμφωνα με τις αρχές της Ευκλείδειας Οπτικής, θεωρείται ότι ο οπτικός κώνος, που περιβάλλει κάθε ορατό αντικείμενο, τέμνεται με μία σφαιρική επιφάνεια που έχει κέντρο το σημείο οράσεως. Ακολούθως, εάν μετα-

φερθούν, μέσω καταλλήλων γεωμετρικών μετασχηματισμών [23], τα σχήματα, που προέκυψαν στην επιφάνεια της σφαίρας, στο επίπεδο σχεδιάσεως, θα προκύψουν τελικά επίπεδες εικόνες που θα είναι προοπτικές απεικονίσεις των χωρικών σχημάτων, των οποίων τα μεγέθη είναι συνάρτηση της γωνίας οράσεως. Η προοπτική αυτή απεικόνιση είναι καμπυλόγραμμη, επειδή οι ευθείες του χώρου, προβαλλόμενες στην επιφάνεια μιας σφαίρας αντιστοιχούν σε τόξα μεγίστου κύκλου, τα οποία μετά τον μετασχηματισμό μεταφοράς στο επίπεδο αποδίδονται εν γένει από καμπύλες. Με το σύστημα της στερεογραφικής προβολής, το οποίο έχει επιλεγεί [24] ως σύστημα μεταφοράς της σφαίρας στο επίπεδο, οι ευθείες του χώρου απεικονίζονται εν γένει από τόξα κύκλων (σχ. 4).

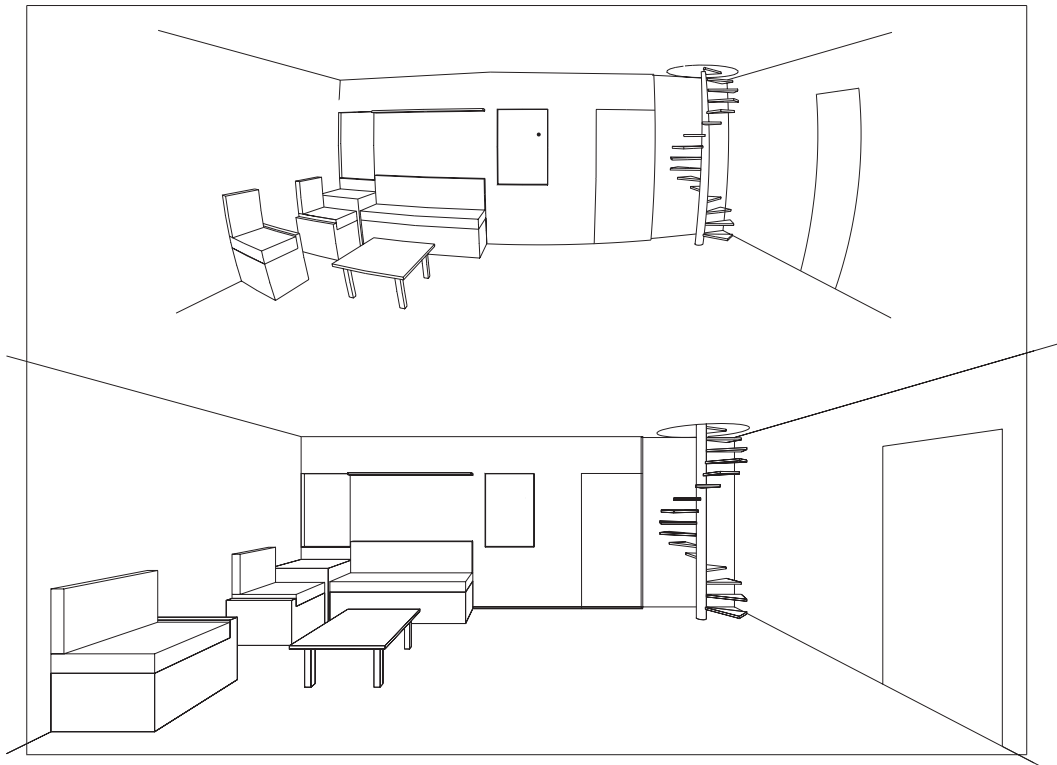
Το βασικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου της καμπυλόγραμμης προοπτικής απεικόνισης είναι το γεγονός ότι τα προοπτικά μεγέθη αποδίδονται κατά τρόπο που συμφωνεί με την οπτική μας εμπειρία χωρίς έντονες παραμορφώσεις, πέραν αυτών που προκύπτουν από την καμπυλότητα των ευθειών και οι οποίες, όταν η οπτική γωνία είναι μικρή, μπορούν να περιορισθούν σημαντικά.



Σχ. 3: Τοιχογραφία από την έπαυλη του P. Fannius Synistor, Boscoreale, 2^{ος} τύπος διακόσμησης, 1^{ος} π.Χ. αιώνας.
Fig. 3: Mural from the P. Fannius Synistor, Boscoreale's villa, 2nd style, 1st century BC.



Σχ. 4: Προοπτική εικόνα κύβου σε καμπυλόγραμμη και ευθύγραμμη απεικόνιση.
Fig. 4: Projection of a cube into curvilinear and rectilinear representation.



Σχ. 5: Προοπτικό εσωτερικού χώρου σε καμπυλόγραμμη και ευθύγραμμη απεικόνιση.
Fig. 5: Perspective of a interior space into curvilinear and rectilinear representation.

Οι σχεδιαστικές δυσκολίες, που προκύπτουν λόγω της χρήσης γραφικών μεθόδων, αντιμετωπίστηκαν με τη χρήση Η/Υ. Μέσω των σχέσεων που συνδέουν τις συντεταγμένες (x, y, z) του τυχόντος σημείου του χώρου με τις συντεταγμένες (x*, z*) της στερεογραφικής [25] προβολής του και κατόπιν επεξεργασίας των σχέσεων αυτών, προέκυψαν προγράμματα Η/Υ που λειτουργούν σε περιβάλλον autocad. Έτσι, με τη χρήση των προγραμμάτων αυτών μπορούν να κατασκευασθούν προοπτικές εικόνες οποιασδήποτε σύνθεσης στο καμπυλόγραμμο σύστημα απεικόνισης με ιδιαίτερη ευκολία καθώς και να τις συγκρίνουμε με τις αντίστοιχες απεικονίσεις τους στην ευθύγραμμη προοπτική (σχ. 5). Από τη σύγκριση αυτή γίνεται φανερή η σημαντική διαφορά που υπάρχει στα δύο συστήματα, όσον αφορά στις προοπτικές παραμορφώσεις. Ενώ η προοπτική εικόνα ενός σχήματος στην ευθύγραμμη προοπτική απεικόνιση μπορεί, λόγω της θέσης του παρατηρητή και του μεγέθους της οπτικής γωνίας, να εμφανίζει μεγάλες παραμορφώσεις, στην καμπυλόγραμμη απεικόνιση η εικόνα εξακολουθεί να ανταποκρίνεται στην οπτική μας εμπειρία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Martin Kemp, **The Science of Art**, New Haven and London, Yale University Press, 1990, p. 27.
2. Carlo Pedretti, "Leonardo on curvilinear Perspective", *Bibliothèque d'humanisme et renaissance* 25, 1963, pp. 69-87.
3. Euclides, **Optica, Catoptrica**, I. L. Heiberg, Εκδόσεις Λειψίας, 1895.
4. Martin Kemp, **The Science of Art**, New Haven and London, Yale University Press, 1990, p. 246.
5. Ό.π. M. Kemp, p. 154.
6. Ό.π. M. Kemp, p. 248.
7. Bruno Ernst, **Le miroir magique de M.C. Escher**, Tashen, 1978.
8. Barre A. et Flocon A., **La perspective curviligne**, Paris, Flammarion, 1968.
9. Arnold Hauser, **Κοινωνική Ιστορία της Τέχνης**, Αθήνα, Εκδόσεις Κάλβος, σελ. 95.
10. Πλάτωνος, **Σοφιστής** 235e - 236a, Αθήνα, εκδόσεις Ι. Ζαχαρόπουλος, σελ. 240.
11. Αριστοτέλης, **Περί Ποιητικής**, 1460b, Αθήνα, Ακαδημία Αθηνών, Βιβλ. «Εστίας», 1936, σελ. 229.
12. Vitruvius, **On Architecture**, London, the Loeb Classical Library, 1955.
13. Euclides, **Optica, Catoptrica**, I. L. Heiberg, Εκδόσεις Λειψίας, 1895, p. 18.
14. Carlo Pedretti, «Leonardo on curvilinear Perspective», *Bibliothèque d'humanisme et renaissance* 25, 1963, p. 72.
15. Ό.π. 85.
16. C.A. Doxiadis, **Architectural Space in Ancient Greece**, Cambridge, Massachusetts, and London, England, The MIT Press, 1972.
17. A.M. Κουρνιάτη, **Οπτικά του Ευκλείδη και Προοπτικές Απεικονίσεις**, διδακτορική διατριβή στο Τμήμα Αρχιτεκτόνων του Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1997.
18. C.D. Brownson, «Euclid's Optics and its Compatibility with Linear Perspective», **Math. Reviews Journal Arch. Hist. Exact. Sci.**, 24, No 3, 1981, pp. 165-194, Note 1.
19. A.M. Κουρνιάτη, **Οπτικά του Ευκλείδη και Προοπτικές Απεικονίσεις**, διδακτορική διατριβή στο Τμήμα Αρχιτεκτόνων του Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1997, σελ. 138.
20. Σ. Κονταράτου, **Η Εμπειρία του Αρχιτεκτονημένου Χώρου και το Σωματικό Σχήμα**, Αθήνα, 1983, σελ. 24.
21. Αριστοτέλης, **Περί Ποιητικής**, 1449a, Αθήνα, Ακαδημία Αθηνών, Βιβλ. «Εστίας», 1936, σελ. 41.
22. Vitruvius, **On Architecture**, London, the Loeb Classical Library, 1955, Book VII, p. 11.
23. A.M. Κουρνιάτη, **Οπτικά του Ευκλείδη και Προοπτικές Απεικονίσεις**, διδακτορική διατριβή στο Τμήμα Αρχιτεκτόνων του Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1997, σελ. 247.
24. Ό.π. σελίδα 247.
25. Ό.π. σελίδα 261.

Α.Μ. Κουρνιάτη,

Δρ αρχιτέκτων μηχανικός, βοηθός Ε.Μ.Π., Τμήμα Αρχιτεκτόνων, Τομέας Γλώσσας Επικοινωνίας και Σχεδιασμού, Ηπiónης 6, 157 73 Αθήνα.

Extended summary

Euclid's Optics and Curvi-Form Perception of the Area

A.M. KOURNIATI

Dr Architect Engineer, Assistant N.T.U.A.

Abstract

Perspective as a geometrical depiction system was applied during the Renaissance but its origin derives from classical Antiquity. The first written approach to the queries of Optic view, as they had already arisen from the observation and application of optic laws in Art and Architecture since the 5th CE. AC, was through the proposals of Euclid concerning Optics. Furthermore the curvi-form perception of space that arises from the propositions of Euclidean Optics' propositions, directs us towards a system of curvilinear perspective depictions which, in many cases, has more effective results in terms of our visual experience than a rectilinear perception.

1. GENERAL

The Renaissance artists who studied and applied Perspective pondered concerning the discrepancies of visual perception and perspective depiction and referred directly or indirectly to Euclid's Optics. Their speculation which derived from the need for naturalistic depiction, finds its response in the Euclidean contemplation of the curvi-form perception of space, which is the geometric registration of the visual experience as it resulted from nature's observation and search for reason and explanation.

Indeed, in Greece, from the 7th and 6th CE. AC, when the notion of science began to be created, reasons were sought and interpretations of phenomena were given, the practical knowledge surrendered its position to the free pursuit and theoretical research. The philosophers of Ionia from the 6th CE. AC expressed their standpoints about nature and human existence, and they refused to accept any mystic or supernatural intervention, based not on given knowledge but on observation and proper thinking. During the classical years, the freedom observed in the life modus was in favor of free search in the sciences and arts. The philosophers set forth various opinions about the function of vision by pointing out its weakness in giving safe conclusions and the artists tried to render the optical experience as faithfully as possible.

As is apparent from the rescued texts of Plato, Aristotle, Vitruvius and other philosophers and mediators of antiquity,

the artists submitted themselves to the optical laws and abandoned the genuine in order to achieve a plausible and harmonious aesthetic effect. The knowledge of optical laws and experience, made them capable of foreseeing the deformities that might arise in their works and allowed them to intervene with the adequate optical restoration at the research level.

2. EUCLID'S OPTICS

The first scientific approach to optical phenomena, from the mathematical point of view, was by Euclid, in the 4th CE. AC, through the propositions he set forth and established in his Optics. In this study Euclid collected and recorded all empirical knowledge until that time about visual perception and attempted a geometrical interpretation of optical phenomena.

The fundamental points that characterize Euclid's Optics and compose the basis of the theory and practice of Perception are:

- The curvi-form perception of space.
- The optical radii that are directed from the observer to the object and the defined visual angle that determine the object's position, size and form.
- The references to the optical illusions related to the position or size of the object.
- The references to the vagueness of the objects' outlines when observed from a distance.
- References to vacillating forms.
- References to the conception of motion and movement variation.

3. PERSPECTIVE DEPICTIONS DURING ANTIQUITY

The remarks and conclusions recorded by Euclid form a record about the optical approach and provide a sense of direction towards a certain depiction system guided by the optical radii and the visual angles formed by them. In the

painting of the classical and Hellenistic years', the existence of depictive technique that was called scene-painting is recorded in the ancient accounts of Plutarch, Aristotle and Vitruvius. The tracing precision and the observed perspective in the rescued wall-paintings is conceivable if we accept the existence of a perspective depiction system.

On a wall-painting of a recently discovered tomb monument, dated in the 4th CE. AC and with subject Persephone's abduction, the artist's tracing precision confirms the view of the existence of the perspective system (fig. 1). With this system the sizes of phenomena are expressed through the visual angles that include them with the aid of a circle which is the sphere's outline with center the visual point (fig. 2). The strings of the arcs that result at the sphere's surface from the projection of the sizes under surveillance, through horizontal and transverse sections of the visual sphere, are counted and transferred to the planning level; in this way they determine the fundamental proportion of the perspective sizes from which the volumes' outlines will result. The existence of the horizon line and the distribution of the vantage points of the horizontal straight lines at various points of the horizon, as we see in numerous wall-paintings of Pompeii (fig. 3), agrees with the geometrical linings that arise out of the application of the aforementioned system.

4. CURVILINEAR PERSPECTIVE DEPICTIONS

For the formulation of a contemporary geometrical system of perspective depiction, in accordance with the principles of Euclidean Optics, we consider that the optic cone that surrounds every visible object is intersected by a spheri-

cal surface with center the point of vision. Next, if we transfer, through proper geometrical restructuring the figures that arose out of the sphere's surface to the planning level, finally we will have flat pictures that will be perspective depictions of spatial figures the sizes of which are related to the vision angle. With the system of stereographic perception that has been selected as a transport system of the sphere to the level, the straight lines of the space are generally depicted by arcs of circles (fig. 4). The fundamental advantage of the method of curvilinear perspectives depictions is the fact that perspective sizes are attributed in a way consistent with our visual experience without intense deformations, besides the ones that result from the curvature of the straight lines and that can be reduced in the case of a short visual angle.

The planning difficulties that result from the use of written methods were confronted with the use of computers. Through the relations that connect the co-ordinates (x, y, z) of a selected point of the area with the co-ordinates (x^*, z^*) of the stereographic projection and after processing of these relations, we arrive at computer programs that operate in the Autocad environment. In this way and with the use of these programs we are able to produce perspective depictions of any composition quite easily, and also to compare them to their corresponding depictions in the rectilinear perspective (fig. 5). Out of this comparison the significant difference between these two systems, concerning the perspective depictions, is obvious. Whilst the perspective picture of a figure in the rectilinear perspective depiction could present strong deformations, due to the observer's position and to the size of the visual angle, in the curvilinear depiction the picture maintains its correspondence to our visual experience.