## Ελαχιστοποίηση των Απωλειών του Κινητήριου Συστήματος ενός Ηλεκτρικού Οχήματος

**Ε. ΡΙΚΟΣ** Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός Ε. ΤΑΤΑΚΗΣ Επίκουρος Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών

### Περίληψη

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η βέλτιστη λειτουργία του ηλεκτροκινητήριου συστήματος ενός ηλεκτρικού οχήματος, το οποίο αποτελείται από έναν κινητήρα συνεχούς ρεύματος ανεξάρτητης διέγερσης ελεγχόμενο από μετατροπέα Συνεχούς Τάσης σε Συνεχή. Πιο συγκεκριμένα αναλύεται μια μέθοδος ελαχιστοποίησης των συνολικών απωλειών του συστήματος αυτού, η οποία βασίζεται στην κατάλληλη επιλογή της τιμής της μαγνητικής ροής της διέγερσης του κινητήρα και του λόγου μετάδοσης του κιβωτίου ταχυτήτων, για δεδομένη κατάσταση λειτουργίας. Οι βέλτιστες τιμές των δύο αυτών παραμέτρων προκύπτουν από το αναλυτικό μοντέλο των απωλειών με χρήση επαναληπτικής μεθόδου, διαδικασία που εφαρμόζεται για διάφορες τιμές ταχύτητας και δύναμης εξασκούμενης στους τροχούς. Οι προκύπτουσες βέλτιστες τιμές πεδίου και λόγου μετάδοσης στο κιβώτιο ταχυτήτων χρησιμοποιούνται στη διατύπωση προσεγγιστικής συνάρτησης για κάθε μια από τις δύο αυτές παραμέτρους, η οποία μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί στη διαδικασία ελέγγου της κίνησης του οχήματος. Τα αποτελέσματα της εξομοίωσης σε ηλεκτρονικό υπολογιστή επιβεβαιώνουν την ισχύ των θεωρητικών υπολογισμών, ενώ παράλληλα δείχνουν ότι μπορεί να εξοικονομηθεί σημαντικό ποσό ενέργειας με κατάλληλη επιλογή των τιμών αυτών, ώστε να αυξηθεί όσο το δυνατόν περισσότερο η αυτονομία του οχήματος.

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ραγδαία και συνεχώς αυξανόμενη εξάπλωση των οχημάτων με κινητήρες εσωτερικής καύσης κατά τις τελευταίες δεκαετίες έχει συντελέσει σε μεγάλο βαθμό στην επιδείνωση δύο ιδιαίτερα σημαντικών προβλημάτων που απαιτούν οπωσδήποτε λύση. Το πρώτο από αυτά σχετίζεται με τις περιβαλλοντικές επιπτώσεις, κυρίως στα μεγάλα αστικά κέντρα. Το δεύτερο σχετίζεται με την ενεργειακή κρίση και την προσπάθεια που γίνεται, ώστε να επέλθει μια απεξάρτηση από το πετρέλαιο και τα παράγωγα αυτού.

Η ατμοσφαιρική μόλυνση, που υφίσταται κυρίως στα αστικά κέντρα, προέρχεται σε μεγάλο βαθμό από τη χρήση οχημάτων με Μηχανές Εσωτερικής Καύσης (Μ.Ε.Κ.). Χρησιμοποιώντας ως καύσιμα τα παράγωγα του πετρελαίου (βενζίνη, πετρέλαιο κίνησης), τα οχήματα αυτά ρυπαίνουν την ατμόσφαιρα με ουσίες όπως μονοξείδιο και διοξείδιο του άνθρακα (CO, CO<sub>2</sub>), οξείδια του αζώτου (NO<sub>2</sub>), διοξείδιο του θείου (SO<sub>2</sub>), μόλυβδο (Pb), διάφορους υδρογονάνθρακες (C<sub>x</sub>H<sub>y</sub>) κ.ά. Η λύση στο πρόβλημα της ατμοσφαιρικής ρύπανσης στα αστικά κέντρα είναι η χρήση ηλεκτροκίνητων οχημάτων ιδιαίτερα όταν λειτουργούν σε συνδυασμό με την τροφοδοσία τους μέσω ανανεώσιμων πηγών ενέργειας [1].

Τα οχήματα αυτά, είτε είναι αμιγώς ηλεκτρικά είτε υβριδικά, έχουν το βασικό πλεονέκτημα της μηδενικής ή πολύ χαμηλής εκπομπής βλαβερών ουσιών στην ατμόσφαιρα. Γι' αυτό το λόγο τα οχήματα αυτά έχουν επικρατήσει διεθνώς με τις ονομασίες "ZEV" (Zero Emission Vehicles) ή "LEV" (Low Emission Vehicles) [2, 3]. Παρά τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν έχουν και δύο σημαντικά μειονεκτήματα, που σχετίζονται με τη μονάδα αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας (συσσωρευτές). Αυτά είναι:

- Ο χαμηλός λόγος της αποθηκευμένης ενέργειας ως προς το βάρος ή τον όγκο των συσσωρευτών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον περιορισμό της αυτονομίας του οχήματος σε χαμηλές τιμές και την αύξηση του βάρους.
- Ο μεγάλος χρόνος φόρτισης. Σε αντίθεση με τα βενζινοκίνητα οχήματα ο χρόνος ανεφοδιασμού ενός ηλεκτρικού οχήματος είναι εξαιρετικά μεγάλος.

Εφ' όσον η αυτονομία ενός ηλεκτρικού οχήματος είναι ιδιαίτερα μεγάλης σημασίας, το ηλεκτροκινητήριο σύστημα του οχήματος θα πρέπει να διαχειρίζεται όσο το δυνατόν πιο αποδοτικά την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στους συσσωρευτές, ούτως ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή αυτονομία μεταξύ δύο διαδοχικών φορτίσεων. Τα κυριότερα τμήματα που απαρτίζουν ένα σύστημα ηλεκτρικού ογήματος είναι: το σύστημα φόρτισης των συσσωρευτών, η συστοιχία συσσωρευτών, ο ηλεκτρονικός (-οι) μετατροπέας (-εις) ισχύος, ο ηλεκτρικός (-οι) κινητήρας (-ες) και συνήθως το σύστημα μετάδοσης κίνησης. Κάθε ένα από τα παραπάνω μέρη καταναλώνει ένα διαφορετικό ποσοστό ενέργειας μετατρέποντάς τη σε θερμότητα ενώ συνολικά όλα μαζί καταναλώνουν ένα σημαντικό μέρος της αποθηκευμένης στους συσσωρευτές ενέργειας.

Στην εργασία αυτή διερευνάται μια μέθοδος ελαχιστοποίησης των απωλειών του κινητήριου συστήματος ενός ηλεκτρικού οχήματος, το οποίο αποτελείται από έναν κινητήρα Συνεχούς Ρεύματος (Σ.Ρ.) ανεξάρτητης διέγερσης ελεγγόμενο από μετατροπέα Συνεγούς Τάσεως σε Συνεγή. Το σύστημα αυτό απεικονίζεται στο σχήμα 1. Ο μετατροπέας τροφοδοτείται από μια συστοιγία συσσωρευτών και η διέγερσή του ρυθμίζεται μέσω ενός άλλου μετατροπέα ιδίου τύπου αλλά πολύ μικρότερης ισχύος. Συνεπώς οι απώλειές του μπορούν να αμεληθούν. Ο κινητήρας συνδέεται μηγανικά στον άξονα των τροχών μέσω ενός συστήματος μετάδοσης (κιβώτιο ταγυτήτων) και του διαφορικού. Σκοπός της παρούσας ανάλυσης είναι η διατύπωση συναρτήσεων που περιγράφουν τις βέλτιστες τιμές της μαγνητικής ροής του κινητήρα και του λόγου μετάδοσης στο κιβώτιο ταχυτήτων, ανάλογα με τις συνθήκες λειτουργίας του οχήματος δηλαδή την ταχύτητα και τη μηχανική φόρτιση, που ελαχιστοποιούν τις απώλειες του όλου συστήματος. Σημειώνεται ότι στην ανάλυση αυτή δε λαμβάνεται υπ' όψιν η ανάκτηση ενέργειας, διαδικασία ιδιαίτερα πολύπλοκη, που εξαρτάται από πληθώρα παραμέτρων και η οποία απαιτεί ξεχωριστή αναλυτική μελέτη.

Γενικότερα, η ελαχιστοποίηση των απωλειών σε ηλεκτροκινητήρια συστήματα μέσω ελέγχου κάποιων ηλεκτρικών μεγεθών έχει παρουσιαστεί και σε παλαιότερες εργασίες [4-11] τόσο για κινητήρες Σ.Ρ. όσο και για κινητήρες Εναλλασσόμενου Ρεύματος (Ε.Ρ.) Τα αποτελέσματα των εργασιών αυτών δείγνουν σημαντική βελτίωση του βαθμού απόδοσης του κινητήριου συστήματος ειδικά σε χαμηλά φορτία. Ωστόσο τα μοντέλα αυτά δε λαμβάνουν υπ' όψιν τα εξής:

- α) Τη συστοιχία συσσωρευτών που παρουσιάζουν μια εξαιρετικά μεγάλη κατανάλωση ενέργειας στην ισοδύναμη εσωτερική τους αντίσταση.
- β) Τον ηλεκτρονικό μετατροπέα που καταναλώνει επίσης ένα σημαντικό ποσοστό ενέργειας και
- γ) το σύστημα μετάδοσης κίνησης με κιβώτιο ταχυτήτων το οποίο μπορεί να περιλαμβάνει το όχημα. Ο λόγος μετάδοσης επηρεάζει σημαντικά την κατανομή των απωλειών στο σύστημα.

Η μεθοδολογία που ακολουθείται για τη διατύπωση των προαναφερθεισών συναρτήσεων περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- Αρχικά, θεωρώντας ένα δεδομένο συνδυασμό ταχύτητας οχήματος  $\boldsymbol{u}_{veh}$ και δύναμης στους τροχούς  $\boldsymbol{F}_{wh},$ υπολογίζονται οι απώλειες σε κάθε υποσύστημα του ηλεκτροκινητήριου συστήματος του ηλεκτρικού οχήματος. Έτσι διατυπώνεται μια αναλυτική εξίσωση συνολικών απωλειών, οι οποίες εκφράζονται ως συνάρτηση δύο μεταβλητών, της μαγνητικής ροής του κινητήρα και του λόγου μετάδοσης του κιβωτίου ταχυτήτων.
- Από την προαναφερθείσα εξίσωση απωλειών προκύπτει ότι υπάρχει ένα ζεύγος βέλτιστων τιμών της μαγνητικής ροής και του λόγου μετάδοσης, CΦ on και λ on αντίστοιχα, για τις οποίες οι απώλειες ελαχιστοποιούνται.
- Η παραπάνω διαδικασία υπολογισμού βέλτιστων τιμών μαγνητικής ροής και λόγου μετάδοσης επαναλαμβάνεται για ένα μεγάλο πλήθος συνδυασμών ταχύτητας και δύναμης (u<sub>veb</sub>, F<sub>wb</sub>). Έτσι προκύπτει ένας πίνακας βέλτιστων

τιμών (C $\Phi_{op}$ ,  $\lambda_{op}$ ), κάθε ζεύγος από τις οποίες αντιστοιχεί σ' ένα δεδομένο ζεύγος κβαντισμένων τιμών ταχύτητας και δύναμης.

Στο τελευταίο βήμα γίνεται αναζήτηση μοντέλων, δηλαδή μαθηματικών εξισώσεων, που περιγράφουν τη μεταβολή των βέλτιστων τιμών CΦ και λ ως συναρτήσεων με ανεξάρτητες μεταβλητές την ταχύτητα του οχήματος και τη δύναμη στους τρογούς. Οι συντελεστές των δύο συναρτήσεων προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας μια μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.



### Σχήμα 1: Το υπό μελέτη ηλεκτροκινητήριο σύστημα. Figure 1: The electromechanical system.

Όπως γίνεται αντιληπτό η εφαρμογή των συναρτήσεων αυτών στο σύστημα ελέγχου, του ηλεκτροκινητήριου συστήματος του ηλεκτρικού οχήματος απαιτεί τη γνώση της ταχύτητας του οχήματος και της δύναμης που εξασκείται στους τροχούς. Η μεν ταχύτητα προκύπτει από μετρήσεις ενώ η δύναμη στους τροχούς μπορεί να προκύψει υπολογιστικά [13, 14].

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η μέθοδος, αν και αναφέρεται σε κινητήρα Σ.Ρ., μπορεί κατάλληλα να τροποποιηθεί για να εφαρμοστεί σε ηλεκτροκινητήριο σύστημα με Ασύγχρονο Κινητήρα. Στην περίπτωση που ο κινητήρας ελέγχεται μέσω μιας τεχνικής διανυσματικού ελέγχου παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά με αυτή του κινητήρα Σ.Ρ. ανεξάρτητης διέγερσης [12]. Συνεπώς η διαδικασία εύρεσης των απωλειών είναι παρόμοια με αυτή του κινητήρα Σ.Ρ.

## 2. ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

- Σταθερά αναλογίας. α:
- $\beta_m$ : Συντελεστής τριβής (Nms).
- B.,: Μέγιστο μαγνητικό πεδίο του κινητήρα (Τ).
- CΦ: Μαγνητική ροή του κινητήρα (Vs).
- Συντελεστής απωλειών υστέρησης ανά βάρος (W/  $c_h$ : T<sup>2</sup>kgs).
- Συντελεστής απωλειών δινορευμάτων ανά βάρος c:  $(W/T^2kg)$ .
- d: Λόγος κατάτμησης του μετατροπέα (duty cycle).
- k<sub>h</sub>: Συντελεστής απωλειών υστέρησης (W/V<sup>2</sup>s).
- k<sub>f</sub>: Συντελεστής απωλειών δινορευμάτων (W/V<sup>2</sup>).
- F<sub>wh</sub>: f: Δύναμη στους τροχούς (N).
- Συχνότητα μεταβολής του πεδίου κινητήρα (Hz).

f <sub>s</sub> :	Διακοπτική συχνότητα μετατροπέα (Hz).
I <sub>a</sub> :	Ρεύμα τυμπάνου του κινητήρα Σ.Ρ. (Α).
I <sub>f</sub> :	Ρεύμα διέγερσης του κινητήρα Σ.Ρ (Α).
I <sub>bat</sub> :	Ρεύμα συσσωρευτών (Α).
I	Ρεύμα ημιαγωγικού διακόπτη (Α).
k:	Συντελεστής διακοπτικών απωλειών.
λ:	Λόγος μετάδοσης.
L <sub>f</sub> :	Συντελεστής αυτεπαγωγής διέγερσης (Η).
M <sub>mot</sub> :	Ροπή στον άξονα του κινητήρα (Nm).
M <sub>el</sub> :	Εσωτερική ηλεκτρομαγνητική ροπή κινητήρα
ci	(Nm).
P <sub>lace mat</sub> :	Απώλειες κινητήρα (W).
Place conv:	Απώλειες ηλεκτρονικού μετατροπέα (W).
P <sub>loss bat</sub> :	Απώλειες συσσωρευτών (W).
P <sub>ush</sub> :	Ισχύς στους τροχούς (W).
P ::	Συνολικές απώλειες χαλκού του κινητήρα (W).
P <sup>cu</sup> <sub>2</sub> :	Απώλειες τυλίγματος τυμπάνου του κινητήρα (W).
$\mathbf{P}_{cu,f}^{cu,a}$	Απώλειες τυλίγματος διέγερσης κινητήρα (W).
P <sub>Fe</sub> :	Συνολικές απώλειες σιδήρου στον κινητήρα (W).
$P_{hvet}$ :	Απώλειες υστέρησης στον κινητήρα (W).
$\mathbf{P}_{eddy}^{nyst}$ :	Απώλειες δινορευμάτων στον κινητήρα (W).
$P_{fw}$ :	Απώλειες τριβών στον κινητήρα (W).
R <sup>'''</sup> , R <sub>f</sub> :	Αντιστάσεις τυμπάνου και διέγερσης (Ω).
R <sub>sw</sub> :	Αντίσταση αγωγής ημιαγωγικού διακόπτη (Ω).
R <sub>bat</sub> :	Εσωτερική αντίσταση συσσωρευτών (Ω).
r <sub>wh</sub> :	Ακτίνα τροχών (m).
$t_{on}, t_{off}$ :	Χρόνοι έναυσης και σβέσης του ημιαγωγικού δια-
	κόπτη (sec).
V <sub>bat</sub> :	Εσωτερική τάση συσσωρευτών (V).
V <sub>in</sub> :	Τάση εισόδου του μετατροπέα (V).
V.:	Τάση τυμπάνου του κινητήρα Σ.Ρ. (V).
V <sub>on sw</sub> :	Τάση αγωγής του διακόπτη (V).
V <sub>sw.max</sub> :	Τάση αποκοπής του διακόπτη (V).
u <sub>veh</sub> :	Ταχύτητα του οχήματος (km/h).
$\Omega_{\rm mot}$ :	Γωνιακή ταχύτητα κινητήρα (rad/sec).

## 3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

## 3.1. Παραδοχές

Στην ενότητα αυτή παρατίθεται ο αναλυτικός υπολογισμός των απωλειών του ηλεκτροκινητήριου συστήματος, με στόχο την εύρεση του ελάχιστου της συνάρτησης που τις εκφράζει. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία υπάρχουν δύο διαφορετικές κατηγορίες ελέγχου για την ελαχιστοποίηση των απωλειών [4, 5]. Είναι οι Ελεγκτές Μοντέλου Απωλειών (Loss Model Controllers - LMC) και οι Ελεγκτές Αναζήτησης (Search Controllers - SC). Η προτεινόμενη μέθοδος κατατάσσεται στην πρώτη κατηγορία, αφού βασίζεται στο αναλυτικό μοντέλο των απωλειών. Η μέθοδος αυτή ακολουθείται, επειδή θα ήταν τεχνικά δύσκολο να εφαρμοστεί ελεγκτής αναζήτησης στην περίπτωση που μελετάμε, για δύο λόγους: α) Η κατάσταση φόρτισης ενός οχήματος αλλάζει συνεχώς. Αυτό σημαίνει ότι ο εφαρμοζόμενος έλεγχος θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν ταχύτερος, γεγονός που ισχύει στους ελεγκτές μοντέλου απωλειών. β) Η ρύθμιση δύο διαφορετικών μεταβλητών μέσω ενός ελεγκτή αναζήτησης είναι δύσκολη και ιδιαίτερα πολύπλοκη.

Για τον υπολογισμό των απωλειών του κάθε υποσυστήματος πρέπει να γίνουν οι ακόλουθες παραδοχές, που είναι απαραίτητες στη διευκόλυνση της ανάλυσης:

- Το σύστημα μετάδοσης κίνησης θεωρείται ότι έχει σταθερό βαθμό απόδοσης. Η παραδοχή αυτή δεν απέχει πολύ από την πραγματικότητα, αφού οι απώλειες δεν μεταβάλλονται σημαντικά με τη φόρτιση του οχήματος και γι' αυτό το λόγο μπορούμε να τις αμελήσουμε [14].
- Οι απώλειες που εμφανίζονται στον ηλεκτρονικό μετατροπέα ισχύος θεωρούνται συγκεντρωμένες στο ελεγχόμενο ημιαγωγικό στοιχείο. Αυτό συμβαίνει επειδή η δίοδος ελεύθερης διέλευσης παρουσιάζει πολύ μικρότερους χρόνους μετάβασης αλλά και χαμηλότερη πτώση τάσης κατά την αγωγή, σε σχέση με τον ημιαγωγικό διακόπτη.

Οι παραδοχές αυτές χωρίς να αλλοιώνουν σημαντικά το τελικό αποτέλεσμα απλοποιούν κατά το δυνατόν τη διαδικασία υπολογισμών. Οι απώλειες θα υπολογιστούν ως προς την ισχύ του οχήματος, που δίνεται από τη σχέση:

$$P_{veh} = u_{veh} F_{wh} \tag{3.1}$$

### 3.2. Απώλειες ηλεκτρικού κινητήρα

Προκειμένου να υπολογιστούν οι ενεργειακές απώλειες του κινητήρα, πραγματοποιούνται οι ακόλουθες παραδοχές:

- Οι ωμικές απώλειες στις ψήκτρες συμπεριλαμβάνονται στις συνολικές απώλειες τυμπάνου του κινητήρα με την κατάλληλη προσαύξηση στην τιμή της αντίστασης αυτού.
- Οι απώλειες λόγω των ανώτερων αρμονικών θεωρούνται αμελητέες καθώς περιπλέκουν σημαντικά τη μαθηματική ανάλυση του συστήματος.
- Οι κατανεμημένες απώλειες, σε μια πρώτη προσέγγιση αμελούνται. Οι απώλειες αυτές οφείλονται στην παραμόρφωση του πεδίου στο διάκενο λόγω αντίδρασης του οπλισμού, η οποία γίνεται εντονότερη με την εξασθένιση του πεδίου, που επιβάλλεται για την ελαχιστοποίηση των απωλειών. Πρακτικά η επίδραση των κατανεμημένων απωλειών γίνεται σημαντική όταν οι τιμές του πεδίου εξασθενήσουν πέραν του 20-30% της ονομαστικής τιμής. Όπως θα αποδειχθεί και από τα αποτελέσματα οι βέλτιστες τιμές του πεδίου δεν λαμβάνουν τιμές χαμηλότερες από το προαναφερθέν όριο, με αποτέλεσμα να επιβεβαιώνεται η αρχική παραδοχή.

Κατόπιν αυτών προκύπτει ότι οι κυριότερες απώλειες που εμφανίζονται στον κινητήρα Σ.Ρ. είναι τριών ειδών [5, 15]:

- Απώλειες χαλκού P<sub>cu</sub>, στο τύλιγμα του τυμπάνου και διέγερσης.
- · Απώλειες πυρήνα σιδήρου P<sub>Fe</sub>, που οφείλονται στα δινο-

ρεύματα και στην υστέρηση του σιδήρου.

- Μηχανικές απώλειες  $P_{\rm fw}$  που οφείλονται στην τριβή και την αντίσταση του αέρα.

Με βάση τα παραπάνω οι συνολικές απώλειες P<sub>loss,mot</sub> του ηλεκτρικού κινητήρα θα δίνονται ως το άθροισμα των τριών προηγούμενων όρων:

$$P_{loss,mot} = P_{Cu} + P_{Fe} + P_{fw} \tag{3.2}$$

Οι απώλειες χαλκού του κινητήρα δίνονται στην περίπτωση του κινητήρα Σ.Ρ. από την παρακάτω εξίσωση:

$$P_{Cu} = I_a^2 R_a + I_f^2 R_f (3.3)$$

Για τον υπολογισμό του ρεύματος τυμπάνου χρησιμοποιούμε την εξίσωση της μηχανικής ροπής στον άξονα του κινητήρα:

$$M_{mot} = M_{el} - \beta_m \Omega_{mot} \tag{3.4}$$

Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι η εσωτερική ηλεκτρομαγνητική ροπή του κινητήρα δίνεται από τη σχέση:

$$M_{el} = C\Phi I_a \tag{3.5}$$

και ότι η ροπή και η ταχύτητα στον άξονά του κινητήρα δίνονται από τις σχέσεις:

$$M_{mot} = \frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} \qquad \qquad \Omega_{mot} = \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}}$$
(3.6)

καταλήγουμε ότι οι απώλειες χαλκού στο τύμπανο και στη διέγερση του κινητήρα δίνονται από τις σχέσεις:

$$P_{Cu,a} = \frac{R_a}{\left(C\Phi\right)^2} \left(\frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} + \beta_m \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}}\right)^2$$
(3.7)

$$P_{Cu,f} = R_f \frac{\left(C\Phi\right)^2}{\alpha^2 L_f^2} \tag{3.8}$$

Άρα οι συνολικές ανηγμένες απώλειες χαλκού είναι:

$$\frac{P_{Cu,mot}}{P_{veh}} = \frac{R_a}{\left(C\Phi\right)^2} \frac{1}{F_{wh} u_{veh}} \left(\frac{F_{wh} r_{wh}}{\lambda} + \beta_m \frac{u_{veh} \lambda}{r_{wh}}\right)^2 + \frac{R_f}{\alpha^2 L_f^2} \frac{\left(C\Phi\right)^2}{F_{wh} u_{veh}}$$
(3.9)

Οι απώλειες σιδήρου του κινητήρα είναι γενικά το άθροισμα των απωλειών υστέρησης και δινορευμάτων που δίνονται από τις σχέσεις [15]:

$$P_{hyst} = c_h f B_m^2 \tag{3.10}$$

$$P_{eddy} = c_f f^2 B_m^2 \tag{3.11}$$

όπου:

$$f = \frac{\Omega_{mot}}{2\pi} \tag{3.12}$$

$$B_m = \Phi_m S \tag{3.13}$$

Συνδυάζοντας τις (3.10)-(3.13) καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{P_{Fe}}{P_{veh}} = k_h \frac{\left(C\Phi\right)^2 \lambda}{F_{wh} r_{wh}} + k_f \frac{u_{veh} \lambda^2 \left(C\Phi\right)^2}{F_{wh} r_{wh}^2}$$
(3.14)

Τέλος οι απώλειες τριβών του κινητήρα δίνονται γενικά από τη σχέση:

$$P_{fw} = \beta_m \Omega_{mot}^2 \tag{3.15}$$

Η σχέση (3.13) λαμβάνοντας υπ' όψιν και τις σχέσεις (3.1) και (3.6), γίνεται ίση με:

$$\frac{P_{fw}}{P_{veh}} = \beta_m \frac{u_{veh} \lambda^2}{F_{wh} r_{wh}^2}$$
(3.16)

Το άθροισμα των σχέσεων (3.9), (3.14) και (3.16) οδηγεί στην τελική σχέση για τις ανηγμένες απώλειες του κινητήρα:

$$\frac{P_{loss,mot}}{P_{veh}} = \frac{R_a}{\left(C\Phi\right)^2} \frac{1}{F_{wh}u_{veh}} \left(\frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} + \beta_m \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}}\right)^2 \qquad (3.17)$$

$$+ \frac{R_f}{a^2 L_f^2} \frac{\left(C\Phi\right)^2}{F_{wh}u_{veh}} + k_h \frac{\left(C\Phi\right)^2 \lambda}{F_{wh}r_{wh}} + k_f \frac{u_{veh}\lambda^2 \left(C\Phi\right)^2}{F_{wh}r_{wh}^2} + \beta_m \frac{u_{veh}\lambda^2}{F_{wh}r_{wh}^2}$$

ενώ το ρεύμα και η τάση του κινητήρα είναι:

$$I_{a}(C\Phi,\lambda) = \frac{1}{C\Phi} \left( \frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} + \beta_{m} \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}} \right)$$
(3.18)

$$V_a = I_a R_a + C \Phi \Omega_{mot} \tag{3.19}$$

### 3.3. Απώλειες ηλεκτρονικού μετατροπέα

Οι ενεργειακές απώλειες που εμφανίζονται στον ηλεκτρονικό μετατροπέα ισχύος προέρχονται κατά κύριο λόγο από τις απώλειες αγωγής και τις διακοπτικές απώλειες στο ελεγχόμενο ημιαγωγικό στοιχείο του μετατροπέα. Οι απώλειες που εμφανίζονται στη δίοδο ελεύθερης διέλευσης θεωρούνται για λόγους απλότητας αμελητέες, καθώς αναλογικά με το διακοπτικό στοιχείο ισχύος η δίοδος έχει πολύ χαμηλότερους χρόνους έναυσης και σβέσης αλλά και χαμηλότερη πτώση τάσης κατά την αγωγή. Συνεπώς η παραπάνω παραδοχή δεν απέχει από την πραγματικότητα.

Σε μια διακοπτική περίοδο υποθέτουμε ότι το ρεύμα του ηλεκτρονικού διακόπτη έχει τετραγωνική μορφή, όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Συνεπώς μέσα σε μια διακοπτική περίοδο του μετατροπέα οι απώλειες του μετατροπέα είναι:

$$P_{loss,conv} = V_{on,sw}\overline{I}_{sw} + R_{sw}I_{sw,rms}^2 + kI_{sw,max}V_{sw,max}$$
(3.20)

O suntelesthic  $k\,$  eínai o suntelesthic diakoptikón apoleión kai isoútai me:

$$k = \frac{1}{2} \left( t_{on} + t_{off} \right) f_s \tag{3.21}$$

Επιπλέον ισχύουν οι σχέσεις:

$$I_{sw,rms} = \sqrt{d}I_a, \ \overline{I}_{sw} = dI_a, \ V_a = dV_{in}$$
(3.22)

Χρησιμοποιώντας τις σχ. (3.21) και (3.22) στη σχ. (3.20) προκύπτει ότι:

$$P_{loss,conv} = V_{on,sw} dI_a + R_{sw} dI_a^2 + kI_a V_{in}$$
(3.23)



Σχήμα 2: Θεωρητικές κυματομορφές τάσης και ρεύματος στον ημιαγωγικό διακόπτη.

Figure 2: Theoretical voltage and current waveforms on the controlled switch.

Η τάση  $V_{in}$  υπολογίζεται από την εσωτερική τάση των συσσωρευτών αφαιρώντας την πτώση τάσης στην εσωτερική αντίστασή τους. Συνεπώς είναι:

$$V_{in} = V_{bat} - I_{bat} R_{bat} \tag{3.24}$$

όπου:

$$I_{bat} = \overline{I}_{sw} \tag{3.25}$$

Στη σχέση (3.23) ο λόγος κατάτμησης (duty cycle) αποτελεί μια άγνωστη ποσότητα που πρέπει να υπολογιστεί συναρτήσει του ρεύματος και της τάσης εξόδου του μετατροπέα. Συνδυάζοντας τις σχ. (3.24) και (3.22) προκύπτει η ακόλουθη δευτεροβάθμια εξίσωση για το d:

$$d^{2}I_{a}R_{bat} - dV_{bat} + V_{a} = 0 ag{3.26}$$

Από τις δύο λύσεις που προκύπτουν μόνο μια από τις δύο δίνει αποδεκτές τιμές (0<d<1). Αυτή είναι:

$$d = \frac{V_{bat} - \sqrt{V_{bat}^2 - 4I_a R_{bat} V_a}}{2I_a R_{bat}}$$
(3.27)

Για λόγους απλότητας μπορούμε να θέσουμε:

$$V(C\Phi,\lambda) = \sqrt{V_{bat}^2 - 4I_a(C\Phi,\lambda)R_{bat}V_a(C\Phi,\lambda)}$$
(3.28)

Αντικαθιστώντας τις σχ. (3.26) και (3.27) στη σχ. (3.23) και διαιρώντας με την ισχύ του οχήματος προκύπτει η τελική σχέση των απωλειών του μετατροπέα:

$$\frac{P_{loss,conv}}{P_{veh}} = \frac{V_{on,sw}}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[ V_{bat} - V(C\Phi,\lambda) \right] + \frac{R_{sw}I_a(C\Phi,\lambda)}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \cdot (3.29) \\ \left[ V_{bat} - V(C\Phi,\lambda) \right] + k \frac{I_a(C\Phi,\lambda)}{F_{wh}u_{veh}} \left[ \frac{V_{bat}}{2} + \frac{V(C\Phi,\lambda)}{2} \right]$$

### 3.4. Απώλειες συσσωρευτών

Για τον υπολογισμό των απωλειών των συσσωρευτών γίνεται χρήση του ισοδύναμου κατά Thevenin μοντέλου, όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία [16, 17]. Οι απώλειες των συσσωρευτών ανά πάσα χρονική στιγμή θα είναι:

$$P_{bat} = R_{bat} I_{bat}^2 \tag{3.30}$$

Αντικαθιστώντας τις σχ. (3.25) και (3.27) στη σχ. (3.30) και διαιρώντας με την ισχύ του οχήματος προκύπτει ότι:

$$\frac{P_{loss,bat}}{P_{veh}} = \frac{\left[V_{bat} - V\left(C\Phi,\lambda\right)\right]^2}{4R_{bat}F_{wh}u_{veh}}$$
(3.31)

### 3.5. Συνολικές απώλειες του συστήματος

Οι συνολικές ανηγμένες απώλειες του συστήματος είναι το άθροισμα των σχ. (3.17), (3.29) και (3.31). Δηλαδή:

$$\frac{P_{loss}}{P_{veh}} = \frac{P_{loss,mot}}{P_{veh}} + \frac{P_{loss,conv}}{P_{veh}} + \frac{P_{loss,bat}}{P_{veh}}$$
(3.32)

Όπως είναι φανερό από τις σχέσεις αυτές οι απώλειες του συστήματος εξαρτώνται τόσο από τη μαγνητική ροή του κινητήρα CΦ όσο και από το λόγο μετάδοσης λ στο κιβώτιο ταχυτήτων. Συνεπώς τίθεται το ερώτημα αν και για ποιες τιμές των παραπάνω δύο παραμέτρων επιτυγχάνεται ελαχιστοποίηση των απωλειών.

## 4. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Προκειμένου να αποκτήσουμε μια σαφή εικόνα για τον τρόπο που μεταβάλλονται οι απώλειες ως προς τη ροή και το λόγο μετάδοσης, για συγκεκριμένη κατάσταση λειτουργίας του οχήματος (δεδομένα u<sub>veh</sub> και F<sub>wh</sub>), είναι απαραίτητο να εφαρμόσουμε την εξίσωση (3.32) σε ένα συγκεκριμένο σύστημα του οποίου γνωρίζουμε τις διάφορες παραμέτρους. Το συγκεκριμένο σύστημα είναι απλά ένα παράδειγμα που διευκολύνει στη διεξαγωγή της μελέτης. Η ίδια διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα με οποιονδήποτε κινητήρα Σ.Ρ. Τα αποτελέσματα αλλάζουν μόνο ποσοτικά και όχι ποιοτικά. Κατά συνέπεια εφαρμόζουμε την εξίσωση των απωλειών σε ένα σύστημα με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:





Figure 3: Theoretical curves of the losses for a speed 20km/h and a force on the wheels 200 N.

<u>Κινητήρας</u>: Ισχύς  $P_N = 12.1 \text{kW}$ , ταχύτητα  $n_N = 1090 \text{rpm}$ , ροπή  $M_N = 106 \text{Nm}$ , βαθμός απόδοσης  $\eta_N = 83\%$ , ισχύς διέγερσης  $P_F = 380 \text{W}$ , ροπή αδράνειας J=0.14kgm<sup>2</sup>, αντίσταση τυμπάνου  $R_a = 1.42\Omega$ , αντίσταση πεδίου  $R_f = 464\Omega$ , αυτεπαγωγή τυμπάνου  $L_a = 23 \text{mH}$ , αυτεπαγωγή διέγερσης  $L_F = 3.6 \text{H}$ . (Τα χαρακτηριστικά του κινητήρα προκύπτουν από την αναφορά [18]).

<u>Μετατροπέας:</u> Αντίσταση ημιαγωγικού στοιχείου  $R_{sw}$ =0.1Ω, τάση αγωγής  $V_{on,sw}$ =3V, k=0.005.

<sup>sw</sup> Συσσωρευτές: Τάση συσσωρευτών  $V_{bat}$ =320V, αντίσταση συσσωρευτών  $R_{bat}$ =1Ω.

Για τις τιμές των παραμέτρων αυτών γίνεται μια γραφική απεικόνιση των απωλειών για ταχύτητα  $u_{veh} = 20$ km/h και δύναμη στους τροχούς  $F_{wh} = 200$ N. Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα 3.α απεικονίζονται οι ανηγμένες απώλειες του συστήματος ως συνάρτηση της μαγνητικής ροής του κινητήρα με παράμετρο το λόγο μετάδοσης στο κιβώτιο ταχυτήτων. Στο σχήμα 3.β απεικονίζονται οι ίδιες απώλειες ως συνάρτηση του λόγου μετάδοσης με παράμετρο τη μαγνητική ροή του κινητήρα. Από τις γραφικές αυτές παραστάσεις είναι σαφές ότι οι απώλειες μεταβάλλονται σημαντικά ανάλογα με τις τιμές της μαγνητικής ροής και του λόγου μετάδοσης του κιβωτίου ταχυτήτων.

Σημειώνεται δε ότι κάθε παραμετρική καμπύλη παρουσιάζει ένα ελάχιστο ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή, ενώ παράλληλα από όλες τις παραμετρικές καμπύλες υπάρχει μια που παρουσιάζει τη χαμηλότερη τιμή. Με άλλα λόγια υπάρχει ένα ζεύγος τιμών για το οποίο η απόδοση του συστήματος βελτιστοποιείται στη συγκεκριμένη κατάσταση λειτουργίας. Παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν για οποιεσδήποτε τιμές ταχύτητας  $u_{veb}$  και δύναμης  $F_{wb}$ .

Σε κάθε ζεύγος τιμών ταχύτητας και δύναμης αντιστοιχεί ένα ζεύγος τιμών μαγνητικής ροής και λόγου μετάδοσης, το οποίο ελαχιστοποιεί την απαιτούμενη ενέργεια από τους συσσωρευτές. Έχοντας γνώση των συναρτήσεων που δίνουν τις βέλτιστες τιμές του CΦ και του λ μπορούμε να εφαρμόσουμε έναν κατάλληλο έλεγχο στη λειτουργία του οχήματος. Ο έλεγχος αυτός θα βασίζεται στη μέτρηση της ταχύτητας και στον υπολογισμό της δύναμης.

Με βάση τις τιμές αυτών θα γίνεται κατάλληλη ρύθμιση της μαγνητικής ροής και κατάλληλη επιλογή του λόγου στο κιβώτιο ταχυτήτων, ώστε να έχουμε την ελάχιστη δυνατή ενεργειακή κατανάλωση. Τα αποτελέσματα θα είναι ακόμα καλύτερα στην περίπτωση που ο λόγος μετάδοσης μεταβάλλεται γραμμικά, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση του Γραμμικού Κιβωτίου Ταχυτήτων (Continuously Variable Transmission - CVT) [21].

Στις επόμενες παραγράφους αναλύεται διεξοδικά η διαδικασία εύρεσης των βέλτιστων τιμών του CΦ και του λ, που ελαχιστοποιούν τις συνολικές απώλειες.

## 5. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΤΙΜΩΝ C $\Phi_{op}$ KAI $\Lambda_{op}$

Μια συνάρτηση δύο μεταβλητών παρουσιάζει ακρότατο σε ένα σημείο, όταν οι πρώτες μερικές παράγωγοι της συνάρτησης στο σημείο αυτό είναι ίσες με μηδέν [19]. Δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)}\Big|_{u_{veh},F_{wh}} = 0 \qquad \frac{\partial \left(\frac{P_{loss}}{P_{veh}}\right)}{\partial \lambda}\Big|_{u_{veh},F_{wh}} = 0 \qquad (5.1)$$

Με βάση τη σχ. (2.32) η πρώτη μερική παράγωγος ως προς το CΦ θα ισούται με:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} = \frac{\partial \left(\frac{P_{loss,mot}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} + \frac{\partial \left(\frac{P_{loss,conv}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} + \frac{\partial \left(\frac{P_{loss,bat}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)}$$
(5.2)

όπου:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss,mot}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} = -\frac{2R_a}{F_{wh}u_{veh}(C\Phi)^3} \left(\frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} + \beta_m \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}}\right)^2 + (5.3)$$
$$2(C\Phi) \left(\frac{R_f}{a^2} \frac{1}{F_{wh}u_{veh}} + c_h \frac{\lambda}{F_{wh}r_{wh}} + c_f \frac{u_{veh}\lambda^2}{F_{wh}r_{wh}^2}\right)$$

ενώ:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss,conv}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} + \frac{\partial \left(\frac{P_{loss,bat}}{P_{veh}}\right)}{\partial (C\Phi)} = -\frac{V_{ca,sw}}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{R_{sw}}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \cdot (5.4)$$

$$\left[\frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} (V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) - I_a(C\Phi,\lambda) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)}\right] + \frac{R_{sw}}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[\frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} (V_{bat} + V(C\Phi,\lambda)) + I_a(C\Phi,\lambda) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)}\right] - \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[(V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} (V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)}\right] - \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[(V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} \right] - \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[(V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} \right] - \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[(V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} \right] - \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \left[(V_{bat} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} + \frac{1}{2R_{bat}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} + \frac{1}{$$

Οι μερικές παράγωγοι του ρεύματος  $\mathbf{I}_{\mathbf{a}}$ και της ποσότητας V δίνουν ότι:

$$\frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} = -\frac{1}{(C\Phi)^2} \left( \frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda} + \beta_m \frac{u_{veh}\lambda}{r_{wh}} \right)$$
(5.5)

$$\frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)} = -\frac{4R_a R_{bat} I_a (C\Phi,\lambda) \frac{\partial I_a (C\Phi,\lambda)}{\partial (C\Phi)}}{V(C\Phi,\lambda)}$$
(5.6)

Με όμοιο τρόπο υπολογίζουμε τις παραγώγους ως προς λ. Έτσι έχουμε ότι:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss,mot}}{P_{veh}}\right)}{\partial \lambda} = \frac{2R_a}{\lambda \left(C\Phi\right)^2 F_{wh} u_{veh}} \left[\frac{\beta_m^2 u_{veh}^2 \lambda^2}{r_{wh}^2} - \frac{F_{wh}^2 r_{wh}^2}{\lambda^2}\right] + \qquad (5.7)$$
$$2\lambda \frac{u_{veh}}{F_{wh} r_{wh}^2} \left[c_f \left(C\Phi\right)^2 + \beta_m\right] + c_h \frac{\left(C\Phi\right)^2}{F_{wh} r_{wh}}$$

Επίσης:

$$\frac{\partial \left(\frac{P_{loss,conv}}{P_{veh}}\right)}{\partial \lambda} + \frac{\partial \left(\frac{P_{oss,bal}}{P_{veh}}\right)}{\partial \lambda} = -\frac{V_{on,sw}}{2R_{bal}F_{wh}u_{veh}} \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda} + \frac{R_{sw}}{2R_{bal}F_{wh}u_{veh}} \cdot (5.8)$$

$$\left[\frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda} (V_{bal} - V(C\Phi,\lambda)) - I_a(C\Phi,\lambda) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda}\right] + \frac{k}{2F_{wh}u_{veh}} \left[\frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda} (V_{bal} + V(C\Phi,\lambda)) + I_a(C\Phi,\lambda) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda}\right] - \frac{1}{2R_{bal}F_{wh}u_{veh}} (V_{bal} - V(C\Phi,\lambda)) \frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda}$$

όπου:

$$\frac{\partial I_a\left(C\Phi,\lambda\right)}{\partial\lambda} = \frac{1}{C\Phi} \left(-\frac{F_{wh}r_{wh}}{\lambda^2} + \beta_m \frac{u_{veh}}{r_{wh}}\right)$$
(5.9)

$$\frac{\partial V(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda} = -\frac{4R_{hat}}{V(C\Phi,\lambda)} \left[ R_a I_a(C\Phi,\lambda) \frac{\partial I_a(C\Phi,\lambda)}{\partial \lambda} + u_{veh}^2 \frac{\beta_m \lambda}{r_{wh}^2} \right]$$
(5.10)

Στο σημείο αυτό αξίζει να τονιστεί ότι η διερεύνηση του προσήμου των δευτέρων μερικών παραγώγων δείχνει ότι τα ζητούμενα σημεία αποτελούν τοπικά ελάχιστα της συνάρτησης.

Όπως είναι προφανές από τις σχ. (5.3)-(5.10) προκύπτει ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο, λόγω της πολυπλοκότητάς του, δεν μπορεί να λυθεί αναλυτικά αλλά μόνο με επαναληπτική μέθοδο. Η επαναληπτική μέθοδος πρέπει να εφαρμοστεί διαδοχικά για διάφορες τιμές της ταχύτητας και της δύναμης. Από την εφαρμογή της επαναληπτικής μεθόδου για τα διάφορα ζευγάρια τιμών ταχύτητας-δύναμης προκύπτουν δύο πίνακες αναζήτησης τιμών  $\left[ C \Phi_{an} \right]$ και [ λ<sub>op</sub> ]. Στην παρούσα εργασία η επαναληπτική μέθοδος εφαρμόστηκε σε ένα εύρος τιμών δύναμης (10-800Ν με βήμα 10N) και σε ένα εύρος τιμών ταχύτητας (1-30 m/sec με βήμα 1m/sec). Έτσι προκύπτουν δύο πίνακες διαστάσεων 30X80. Στο σχήμα 4 απεικονίζεται σε τρισδιάστατο γράφημα η μεταβολή των βέλτιστων τιμών της μαγνητικής ροής ανηγμένης στην ονομαστική ροή του κινητήρα, ενώ στο σχήμα 5 απεικονίζεται ο τρόπος μεταβολής του βέλτιστου λ, ως συνάρτηση των δύο μεταβλητών (ταχύτητας-δύναμης). Σύμφωνα με τα διαγράμματα της ροής και του λόγου μετάδοσης προκύπτουν ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα:

- Οσον αφορά στη μαγνητική ροή παρατηρούμε ότι για χαμηλές τιμές φορτίου η βέλτιστη τιμή βρίσκεται πολύ χαμηλότερα από την ονομαστική. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο καθώς για χαμηλά φορτία η ροή πρέπει να μειωθεί σημαντικά ούτως ώστε να επιτύχουμε μείωση των απωλειών πυρήνα. Ανάλογα αποτελέσματα αναφέρονται και σε προηγούμενες εργασίες [4, 5]. Αξίζει εδώ να τονιστεί ότι λόγω του τρόπου λειτουργίας ενός οχήματος η φόρτισή του μεταβάλλεται δραματικά από πολύ χαμηλές μέχρι πολύ υψηλές τιμές. Συνεπώς όλες οι περιπτώσεις ταχύτητας και δύναμης που εξετάζονται έχουν πρακτικό νόημα.
- Για υψηλές τιμές φορτίου η βέλτιστη τιμή της μαγνητική ροής κυμαίνεται σε τιμές πάνω από την ονομαστική.
   Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι δυνατό στην πράξη λόγω

μαγνητικού κορεσμού.

Συνεπώς, για τις τιμές ροής άνω της ονομαστικής το σύστημα ελέγχου θα πρέπει να επιλέγει την ονομαστική τιμή. Επιπλέον παρατηρούμε ότι η βέλτιστη τιμή της ροής είναι σε όλες τις περιπτώσεις μεγαλύτερη από την οριακή τιμή (20-30%) κάτω από την οποία η επίδραση των κατανεμημένων απωλειών είναι σημαντική. Άρα το προτεινόμενο μοντέλο εξακολουθεί να ισχύει.

 Όσον αφορά στο λόγο μετάδοσης παρατηρούμε ότι παίρνει μεγάλες τιμές και ιδιαίτερα για χαμηλές ταχύτητες και υψηλές δυνάμεις.

Αυτό διότι με μεγάλους λόγους μετάδοσης το σημείο λειτουργίας του κινητήρα τείνει να μεταφερθεί πιο κοντά στο ονομαστικό όπου εμφανίζεται και ο βέλτιστος βαθμός απόδοσης.



- Σχήμα 4: Τρισδιάστατη απεικόνιση των βέλτιστων τιμών της μαγνητικής ροής ως συνάρτηση της ταχύτητας και της δύναμης φόρτισης του οχήματος.
- Figure 4: Three-dimensional representation of the optimal flux as a function of the speed and the force on the vehicle.



- Σχήμα 5: Τρισδιάστατη απεικόνιση των βέλτιστων τιμών του λόγου μετάδοσης ως συνάρτηση της ταχύτητας και της δύναμης φόρτισης του οχήματος.
- *Figure 5: Three-dimensional representation of the optimal gearbox ratio as a function of the speed and the force on the vehicle.*



Σχήμα 6: Παραμετρικές καμπύλες της βέλτιστης ροής συναρτήσει της φόρτισης με παράμετρο την ταχύτητα.

Figure 6: Parametric curves of the optimal flux as a function of the force with the speed as a parameter.



Σχήμα 7: Προσέγγιση των τιμών μιας παραμετρικής καμπύλης της ροής με θεωρητική εκθετική συνάρτηση. Figure 7: Approximation of one parametric curve.

## 6. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΓΙΑ CΦ ΚΑΙ Λ

### 6.1. Γενικά

Η εύρεση των τιμών των πινάκων  $\begin{bmatrix} C\Phi_{op} \end{bmatrix}$  και  $\begin{bmatrix} \lambda_{op} \end{bmatrix}$ είναι αρκετή ούτως ώστε να εφαρμοστούν αυτές σε ένα πραγματικό σύστημα. Όμως η αποθήκευση τιμών σε μορφή πίνακα στο υπολογιστικό σύστημα ελέγχου δεν είναι τόσο εύχρηστη όσο θα ήταν η χρήση μιας συνάρτησης που να περιγράφει τις παραπάνω τιμές.

Στις δύο επόμενες παραγράφους γίνεται αναλυτική περιγραφή της προσέγγισης των δύο παραμέτρων με τις κατάλληλες συναρτήσεις.

## 6.2. Συνάρτηση βέλτιστης μαγνητικής ροής CΦ

Προκειμένου να εκτιμήσουμε μια συνάρτηση για τη μαγνητική ροή, θεωρούμε αρχικά τη μεταβολή της ως προς τη δύναμη με παράμετρο την ταχύτητα. Στο σχήμα 6 απεικονίζονται οι παραμετρικές καμπύλες της ροής. Οι καμπύλες αυτές μπορούν να προσεγγιστούν με πολύ μεγάλη ακρίβεια με μια εκθετική συνάρτηση της μορφής:

$$C\Phi_{op}(F_{wh}, u_{veh}) = a(u_{veh}) + b(u_{veh})F_{wh}^{c(u_{veh})}$$
(6.1)

Στο σχήμα 7 απεικονίζονται τα σημεία μιας παραμετρικής καμπύλης από όλες σε συνδυασμό με τη θεωρητική καμπύλη της σχ. (6.1). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής: Για κάθε τιμή της ταχύτητας προσεγγίζουμε τις τιμές των συντελεστών a, b, c. Οι τιμές αυτές, που είναι συνάρτηση της ταχύτητας, απεικονίζονται στο σχήμα 8. Στο ίδιο σχήμα, επίσης, απεικονίζεται η συνάρτηση με την οποία προσεγγίζουμε τη μεταβολή τους. Οι τρεις συναρτήσεις που προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια τους παραπάνω συντελεστές είναι οι:

$$a(u_{veh}) = \sum_{i=0}^{2} a_i (u_{veh})^i$$
(6.2)

$$b(u_{veh}) = \sum_{i=0}^{8} b_i (u_{veh})^i$$
(6.3)

$$c(u_{veh}) = \sum_{i=0}^{2} c_i (u_{veh})^i$$
(6.4)

Πίνακας 1: Πρώτες μερικές παράγωγοι της συνάρτησης  $C\Phi_{op}$ . Table 1: First order derivatives of  $C\Phi_{op}$ .

$$\frac{\partial \left(C\Phi_{op}\right)}{\partial \alpha_{i}} = u_{veh}^{i} \quad \Gamma \iota \alpha \text{ i=0..2}$$

$$\frac{\partial \left(C\Phi_{op}\right)}{\partial b_{i}} = u_{veh}^{i} F_{wh}^{j=0} \quad \Gamma \iota \alpha \text{ i=0..8}$$

$$\frac{\partial \left(C\Phi_{op}\right)}{\partial c_{i}} = \left(\sum_{k=0}^{8} b_{k} \left(u_{veh}\right)^{k}\right) F_{wh}^{j=0} \ln \left(\sum_{j=0}^{2} c_{j} \left(u_{veh}\right)^{j}\right) u_{veh}^{i}$$

$$\Gamma \iota \alpha \text{ i=0..2}$$

Συνεπώς η συνάρτηση που προσεγγίζει κατάλληλα τη βέλτιστη μαγνητική ροή είναι:

$$\frac{C\Phi_{op}(F_{wh},\lambda)}{C\Phi_{N}} = \frac{1}{C\Phi_{N}} \left( \sum_{i=0}^{2} a_{i} \left( u_{veh} \right)^{i} + \left( \sum_{i=0}^{8} b_{i} \left( u_{veh} \right)^{i} \right) F_{wh}^{\sum_{i=0}^{2} c_{i} \left( u_{veh} \right)^{i}} \right)$$
(6.5)

Για τον ακριβή προσδιορισμό των συντελεστών της σχ. (6.5) πρέπει να ακολουθηθεί επαναληπτική μέθοδος βασιζόμενη στα ελάχιστα τετράγωνα. Λόγω του ότι η συνάρτηση είναι δύο μεταβλητών και μη γραμμική η καταλληλότερη μέθοδος για την εύρεση των συντελεστών είναι η μέθοδος των Levenberg-Marquardt [20]. Κριτήριο σύγκλισης της μεθόδου είναι η αντικειμενική συνάρτηση σφάλματος, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} \left( \frac{Y_{Mi} - Y_{Ci}}{Y_{Mi}} \right)^2$$
(6.6)

όπου Ε είναι το σφάλμα, NM ο αριθμός των μετρήσεων,  $Y_{Mi}$  η μετρούμενη τιμή της συνάρτησης στο σημείο i και  $Y_{Ci}$  η τιμή που υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας που ακολουθείται, στο σημείο i. Για την εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας απαιτείται η γνώση των πρώτων μερικών παραγώγων της συνάρτησης, που δίνονται στον πίνακα 1.



Σχήμα 8: Προσέγγιση των συντελεστών a, b και c για το  $C\Phi_{op}$ . Figure 8: Approximation of coefficients a, b and c of  $C\Phi_{op}$ .

## 6.3. Συνάρτηση βέλτιστου λόγου μετάδοσης $\lambda_{on}$

Εργαζόμενοι όπως νωρίτερα προσεγγίζουμε τη μεταβολή του λ ως συνάρτηση της δύναμης με παράμετρο την ταχύτητα. Η εξίσωση της συνάρτησης αυτής είναι ίδια με τη σχ. (5.1). Οι συντελεστές a, b, c μεταβάλλονται με διαφορετικό τρόπο σε σχέση με προηγουμένως. Προσεγγίζονται δε από τις συναρτήσεις:

$$a(u_{veh}) = P_1 u_{veh}^{P_2} + \frac{P_3}{\left(P_4 + u_{veh}\right)^{P_5}}$$
(6.7)

$$b(u_{veh}) = P_6 u_{veh}^{P_7} + \frac{P_8}{\left(P_9 + u_{veh}\right)^{P_{10}}}$$
(6.8)

$$c(u_{veh}) = P_{11} + P_{12}u_{veh}$$
(6.9)

Πίνακας 2	2: Πρώτες	μερικές	παράγωγοι	της συνάρτησης	λ
Table 2: F	First order	derivati	ives of $\lambda_{op}$ .		.,

$rac{\partial \lambda_{_{op}}}{\partial P_1}$	$u_{veh}^{P_2}$
$\frac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_2}$	$P_{1}u_{veh}^{P_{2}}\ln\left u_{veh}\right $
$\frac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_3}$	$\frac{1}{\left(P_4+u_{veh}\right)^{P_5}}$
$rac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_4}$	$-\frac{P_{3}P_{5}}{\left(P_{4}+u_{veh}\right)^{P_{5}+1}}$
$\frac{\partial \lambda_{_{op}}}{\partial P_5}$	$-rac{P_{3} \ln \left P_{4}+u_{veh} ight }{\left(P_{4}+u_{veh} ight ^{P_{3}}}$
$rac{\partial \lambda_{_{op}}}{\partial P_6}$	$u^{\scriptscriptstyle P_7}_{\scriptscriptstyle veh}F^{\scriptscriptstyle R_{11}+R_{12}u_{veh}}_{\scriptscriptstyle wh}$
$\frac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_7}$	$P_{ m G} u_{{ m veh}}^{P_7} \ln \left  u_{{ m veh}} \right  F_{{ m wh}}^{P_{11}+P_{12}u_{{ m veh}}}$
$\frac{\partial \lambda_{_{op}}}{\partial P_8}$	$\frac{1}{\left(P_9 + u_{veh}\right)^{P_{10}}} F_{wh}^{P_{11} + P_{12}u_{veh}}$
$rac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_9}$	$-rac{P_8P_{10}}{\left(P_9+u_{veh} ight)^{P_{10}+1}}F_{wh}^{P_{11}+P_{12}u_{veh}}$
$rac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_{10}}$	$-rac{P_8\ln P_9+u_{veh} }{\left(P_9+u_{veh} ight)^{P_{10}}}F_{veh}^{P_{11}+P_{12}u_{veh}}$
$rac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_{11}}$	$\left(P_{6}u_{veh}^{P_{7}}+\frac{P_{8}}{\left(P_{9}+u_{veh}\right)^{P_{10}}}\right)F_{wh}^{P_{11}+P_{12}u_{veh}}\ln\left F_{wh}\right $
$rac{\partial \lambda_{op}}{\partial P_{12}}$	$\left(P_{6}u_{veh}^{P_{7}} + \frac{P_{8}}{\left(P_{9} + u_{veh}\right)^{P_{10}}}\right) F_{wh}^{P_{11} + P_{12}u_{veh}} \ln \left F_{wh}\right  u_{veh}$

Η μεταβολή των συντελεστών και η προσέγγιση τους με τις αντίστοιχες συναρτήσεις απεικονίζονται στο σχήμα 9. Προκειμένου να υπολογίσουμε τις ακριβείς τιμές των συντελεστών των σχ. (6.7)-(6.9) χρησιμοποιείται και πάλι ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt. Ο πίνακας 2 περιέχει τις πρώτες μερικές παραγώγους της συνάρτησης του λ<sub>op</sub>.





Σχήμα 9: Προσέγγιση των συντελεστών a, b και c για το  $\lambda_{op}$ . Figure 9: Approximation of coefficients a, b and c of  $\lambda_{op}$ .

## 7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΞΟΜΟΙΩΣΗΣ

Για την επιβεβαίωση των θεωρητικών υπολογισμών πραγματοποιήθηκαν δοκιμές μέσω εξομοίωσης σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Με τη χρήση του προγράμματος Simulink εξομοιώθηκε η λειτουργία ενός κινητήρα Σ.Ρ. τροφοδοτούμενου από μια συστοιχία συσσωρευτών μέσω ενός μετατροπέα Σ.Τ./Σ.Τ.



Σχήμα 10: Αποτελέσματα εζομοίωσης του ηλεκτρομηχανικού συστήματος για ταχύτητα 20 χλμ./ώρα και δύναμη 200N. Figure 10: Simulation results for 20 km/h and 200N.



Σχήμα 11: Αποτελέσματα εζομοίωσης για ταχύτητα 40 χλμ./ώρα και δύναμη 200N. Figure 11: Simulation results for 40 km/h and 200N.

Για τη διατήρηση της ταχύτητας του συστήματος στις επιθυμητές τιμές έγινε χρήση κλειστού βρόχου με χρήση αναλογικού-ολοκληρωτικού ελεγκτή (PI). Για τη μεταβολή της μαγνητικής ροής του κινητήρα χρησιμοποιήθηκε μια μεταβλητή πηγή τάσης η οποία τροφοδοτεί το τύλιγμα διέγερσης. Τέλος, για το μεταβλητό λόγο μετάδοσης έγινε χρήση ενός συστήματος που πολλαπλασιάζει τη ροπή του κινητήρα και διαιρεί την ταγύτητά του με έναν συντελεστή που αντιστοιχεί στον επιθυμητό λόγο μετάδοσης. Οι εξομοιώσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν σε ένα σύστημα με τα γαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν στην ενότητα 3. Οι δοκιμές περιελάμβαναν κατάλληλες μεταβολές τόσο της μαγνητικής ροής του κινητήρα όσο και του λόγου μετάδοσης στο κιβώτιο ταχυτήτων για σταθερή ταχύτητα και δύναμη. Στο σχήμα 10 παρατίθενται τα αποτελέσματα για μια κατάσταση ταγύτητας 20 km/h και δύναμης 200N ενώ στο σγήμα 11 για ταχύτητα 40 km/h και δύναμη 200N. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα εξομοίωσης του σχήματος 10 με τις καμπύλες του σχήματος 3 παρατηρούμε ότι οι θεωρητικοί υπολογισμοί προσεγγίζουν με αρκετά μεγάλη ακρίβεια τις απώλειες του συστήματος και τη μεταβολή τους τόσο ως προς CΦ όσο και ως προς λ. Επιπλέον τα αποτελέσματα εξομοίωσης επιβεβαιώνουν την ύπαρξη βέλτιστων τιμών για τις δύο παραμέτρους, η επιλογή των οποίων μπορεί να οδηγήσει σε ελαχιστοποίηση των απωλειών του συστήματος.

## 8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία γίνεται μια θεωρητική διερεύνηση των απωλειών σε ένα σύστημα ηλεκτροκίνησης για ηλεκτρικό όχημα με κινητήρα Σ.Ρ. Παράλληλα προτείνεται μια μεθοδολογία ελέγχου για την ελαχιστοποίηση των απωλειών αυτών.

Η μεθοδολογία βασίζεται στην κατάλληλη επιλογή της μαγνητικής ροής και του λόγου μετάδοσης στο κιβώτιο ταχυτήτων. Για τον προσδιορισμό των βέλτιστων αυτών τιμών γίνεται αναλυτικός προσδιορισμός της εξίσωσης των απωλειών του συστήματος και στη συνέχεια για διάφορες τιμές ταχύτητας και δύναμης βρίσκονται οι βέλτιστες τιμές ροής και λόγου μετάδοσης. Οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται στη διατύπωση δύο συναρτήσεων που περιγράφουν τις βέλτιστες τιμές των δύο παραμέτρων ως προς την ταχύτητα και τη δύναμη.

Οι συναρτήσεις αυτές μπορούν να εφαρμοστούν στη συνέχεια σε ένα σύστημα ελέγχου μέσω μικροελεγκτή ή DSP, το οποίο ανάλογα με την ταχύτητα του οχήματος και τη δύναμη φόρτισης που εξασκείται στους τροχούς επιλέγει τις τιμές που ελαχιστοποιούν της απώλειες. Με τον τρόπο αυτό οι απώλειες μειώνονται στο ελάχιστο και η αυτονομία του οχήματος μεγιστοποιείται. Τα αποτελέσματα εξομοίωσης που παρουσιάζονται επιβεβαιώνουν την ισχύ των θεωρητικών υπολογισμών και δείχνουν ότι το ποσό της ενέργειας που μπορεί να εξοικονομηθεί με την προτεινόμενη μέθοδο είναι αρκετά υψηλό.

## 9. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

 A. N. Safacas, E. C. Tatakis, "Electric Vehicles- Current Activities and Perspectives", **PEMC'96 Conference**, Budapest (Hungary), September 2-4, 1996, Vol. 2, pp. 2/110- 2/117.

2. M. Giussani, E. Durelli, A. Bobbio, G. Mantovani, "Low Emission Urban Hybrid Vehicle", A.V.E.R.E. EDS summary report, December 1992, contract P-033.

3. C. C. Chan, K. T. Chau, "An Overview of Power Electronics in Electric Vehicles", **IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44**, No. 1, pp. 3-13, February, 1997.

4. Kusko A., Galler D., "Control Means for Minimization of Losses in AC and DC Motor Drives", **IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-19**, No. 4, pp. 561-570, July-August, 1983.

5. Margaris N., Goutas T., Doulgeri Z., Paschali A., "Loss Minimization in DC Drives", **IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 38**, No. 5, pp. 328-336, October, 1991.

6. Kioskeridis I., Margaris N., "Loss Minimization in Induction Motor Adjustable-Speed Drives", **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, **Vol. 43**, No. 1, pp. 226-231, February, 1996.

7. Cao-Minh T., Hori Y., "Convergence Improvement of Efficiency-Optimization Control of Induction Drives", **IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37**, pp. 1746-1753, November-December, 2001.

8. Mademlis C., Xypetas J., Margaris N., "Loss minimization in Surface Permanent Magnet Synchronous Motor Drives", **IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47**, No. 1, pp. 115-122, February, 2000.

 Ι. Ν. Κιοσκερίδη, "Ελαχιστοποίηση Απωλειών σε Επαγωγικά Κινητήρια Συστήματα", Διδακτορική Διατριβή, Θεσσαλονίκη, 1994.

10. J. C. Moreira, T. A. Lipo, V. Blasko, "Simple Efficiency Maximizer for an Adjustable Induction Motor Drive", **IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 27**, No. 5, pp. 940-946, September-October, 1991. 11. F. Fernandez- Hernal, A. Garcia- Cerrada, R. Faure, "Model-based loss minimization for DC and AC vector-controlled motors including core saturation", **IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36**, No 3, May-June 2000, pp. 755-763.

12. I. Boldea, S. A. Nasar, "Vector Control of AC Drives", CRC Press, 1992.

13. J. S. Hsu, B. P. Scoggins, "Field Test of Motor Efficiency and Load Changes through Air-Gap Torque", **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Vol. 10, No. 3 pp. 477-483, September 1995.

14. L. A. M. van Dongen, R. van der Graaf, W. H. M. Visscher, "Theoretical Prediction of Electric Vehicle Energy Consumption and Battery State-of-Charge During Arbitrary Driving Cycles", **EVC Symposium VI**, Baltimore, Maryland, pp. 1-13, October 21-23, 1981.

15. Α. Ν. Σαφάκας, "Ηλεκτρικές Μηχανές Α΄", Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα, 1993.

16. Z. M. Salameh, M. A. Casacca, W. A. Lynch, "A Mathematical Model for Lead-Acid Batteries", **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Vol. 7, No. 1, pp. 93-98 March 1992.

17. Yoon-Ho Kim, Hoi-Doo Ha, "Design of Interface Circuits with Electrical Battery Models", **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Vol. 44, No. 1, pp. 81-86, February 1997.

18. SIEMENS, "DC Motors for Variable Speed Drives", Catalog DA12, 1995/1996.

 Π. Μ. Χατζηκωνσταντίνου, "Μαθηματικά για Μηχανικούς", Τεύχος 3, Εκδόσεις "Συμμετρία", Αθήνα 1993.

20. W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Wetterling, "Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press, 1986.

21. S. Liu, A. G. Stefanopoulou, "Effects of Control Structure on Performance for an Automotive Powertrain with a continuously variabla transmission", **IEEE Transactions on Control System Technology, Vol. 10**, No 1, pp. 701-708, Sept. 2002.

Ευάγγελος Ι. Ρίκος

Διπλωματούχος ηλεκτρολόγος μηχανικός Πανεπιστημίου Πατρών.

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών, Τομέας Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, 265 00 Ρίο-Πάτρα.

Εμμανουήλ Κ. Τατάκης

Διδάκτωρ ηλεκτρολόγος μηχανικός, Επίκουρος Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών.

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών, Τομέας Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, 265 00 Ρίο-Πάτρα

## Minimization of Loss in the Electromechanical System of an EV

**E. RIKOS** Electrical Engineer **E. TATAKIS** Assistant Professor University of Patras

### Abstract

This paper investigates the optimal operation of an electromechanical system of an EV, consisting of a separately excited DC motor which is controlled by a DC/DC converter. More analytically, a method for total loss minimization is proposed. This method is based on the selection of optimal values for the motor flux and the gear box ratio for an operation point. The optimal values of the above two parameters are deduced from an analytical loss model by using an iteration method. The latter is performed for different values of the speed and the force on the wheels. The optimal values derived for the flux and the gear-box ratio are used in order to form an analytical formula which can be used in the control system of the vehicle. The simulation results of the proposed method validate the theoretical analysis, while proving that a significant amount of energy can be saved with the proper control of the aforementioned parameters, leading to a greater autonomy.

## **1. INTRODUCTION**

The increasing number of vehicles that use internal combustion engines has contributed considerably to atmospheric pollution, especially in the urban environment. An important improvement of the present situation can be achieved by using electric vehicles in combination with renewable energy sources. The most important advantage of an EV is the zero emission of dangerous fumes. As a result, EV's are usually referred to as "ZEV" (Zero Emission Vehicles). However, they exhibit two important problems related to the batteries. The first one is the low energy density. As a result of this the driving range of the vehicle is limited while the weight is increased considerably. The second important problem is the long recharging time of the batteries. The autonomy of the vehicle is obviously a very important issue. Hence, the propulsion system should operate properly in order to manage the energy stored in the battery as efficiently as possible and increase the diving distance.

In the present study, a loss minimization method for the vehicle is presented. The analysis was performed in a system consisting of a separately excited DC motor, which was controlled by a DC/DC converter (fig. 1). The system was supplied by a battery bank. Additionally, the motor was mechanically connected to the wheels through a gear-box and a differential. The basic aim of the proposed analysis was the production of two analytical functions which describe the optimal values of the motor flux and the gear-box ratio for which the total losses are minimized. In contrast to previous studies, in the proposed analysis three important factors were taken into account. These are:

- a) The battery bank, which appears to have important energy losses through the equivalent internal resistance.
- b)The electronic converter, which consumes a significant amount of energy
- c) The existence of a transmission system, which drastically affects the energy consumption of the system.

The proposed analysis can be separated into the following steps:

- The total losses for a speed u<sub>veh</sub> and a force F<sub>wh</sub> are firstly calculated. Thus an analytical expression of the losses as a function of the flux and the gear-box ratio is derived.
- The next step of the analysis includes the search for the values  $C\Phi_{op}$  and  $\lambda_{op}$  for which the losses are minimized.
- The first two steps are repeated for different values of speed and force. Thus, two tables which contain the aforementioned optimal values are produced.
- The above tables are used in order to estimate two analytical functions.

## 2. THEORETICAL ANALYSIS

### 2.1. Assumptions

According to the literature, there are two general control methods that minimize the losses in electromechanical systems. These are the Loss Model Controllers (LMC) and the Search controllers (SC) [4, 5]. The proposed method is based on the loss model and hence belongs to the first category. This method was followed due to the difficulties of using a search controller in our system since there are

two variables that had to be controlled during the operation and also the operating conditions of the vehicles varied continuously.

In order to calculate the losses in each subsystem, the following assumptions must be made:

- The efficiency of the transmission system is considered constant since, the losses of this part do not vary considerably [14].
- The converter losses come from the control switch, as in the following paragraphs.

### 2.2. Motor losses

In order to calculate the total motor losses, the following assumptions must be made:

- The brushes' friction losses can be considered as a part of the total friction losses with suitable modification of the coefficient value.
- The losses due to the high order harmonics are ignored, since they complicate the mathematical analysis.
- The stray losses in a first approximation are ignored. As is well known, these losses come from the armature's current effect on the field, which becomes considerable especially for low flux values. In fact these losses become important when the flux ranges are lower than 0.2-0.3 pu. As it is shown in the following paragraphs the quantity  $C\Phi_{op}$  takes values higher than 0.3 pu, proving that the assumption is correct for practical purposes.

Based on the above assumptions, the total losses of the motor are as follows [5, 15]:

- Copper losses P<sub>cu</sub>, on the armature and excitation windings.
- Core losses P<sub>Fe</sub>, due to the eddy currents and the hysteresis.
- Mechanical losses  $P_{fw}$  due to the friction and the windage. Based on the above, the total motor losses  $P_{loss,mot}$  will be

the sum of the three different parts (eq. (3.2)).

In the case of a DC motor the copper losses are given by eq. (3.3). In order to calculate the armature current, the equation for mechanical torque is used (eq. (3.4)). Considering that the electromagnetic torque is given by eq. (3.5), and also that the mechanical torque and the motor speed are given by eq. (3.6), dividing by the total power eq. (3.7) is derived.

The core losses of the motor are the algebraic sum of the eddy current plus the hysteresis losses [15] and are described analytically by eq. (3.10)-(3.13). Combining the above equations the final relationship for the core losses is derived (eq. (3.14)).

Finally, the mechanical losses are given by eq. (3.15) which in combination with eq. (3.1) and (3.6) yields the relationship (3.16). Thus, the total motor losses are given by eq. (3.17).

### 2.3. Converter losses

The energy losses in the power converter are due to the conduction and the switching losses of the control switch. The diode losses are neglected because they have small transition times as well as a lower voltage drop in contrast to the control switch.

In order to calculate the losses, the current through the switch is considered as a square wave form, as depicted in fig. 2. Within a switching period, the converter losses are given by eq. (3.20), where the coefficient k is the switching losses coefficient and is given by eq. (3.21). Additionally, the unknown quantities in eq. (3.20) are given by eq. (3.22). Combining the relationships (3.20)-(3.22), eq. (3.23) is derived, where  $V_{in}$  is calculated from eq. (3.24) and (3.25). Additionally, the duty cycle, d, is calculated as a function of the output current and voltage. Thus, from eq. (3.24) and (3.25) a second order equation for d is derived (eq. (3.26)). Considering that the duty cycle is always positive and less than 1, the solution given by eq. (3.27) is derived. Finally, using eq. (3.26) and (3.27) in (3.23) the relationship (3.29) is derived.

#### 2.4. Battery losses

The calculation of the losses in the battery is made by assuming Thevenin's equivalent circuit [16, 17]. Thus, the losses will be described by eq. (3.30). By substitution of (3.25) and (3.27) in (3.30) the final equation (3.31) for the battery losses is derived.

### 2.5. Total losses

The total losses are the sum of eq. (3.17), (3.29) and (3.31). Clearly, the losses are a function of the motor's flux C $\Phi$  and the gear-box ratio  $\lambda$ .

## 3. INVESTIGATION OF THE LOSS EQUATION

In order to investigate eq. (3.32) under different operating conditions, a system with the following parameters was studied:

Motor: Power  $P_N = 12.1 \text{kW}$ , speed  $n_N = 1090 \text{rpm}$ , torque  $M_N = 106 \text{Nm}$ , efficiency  $\eta_N = 83\%$ , excitation power  $P_F = 380 \text{W}$ , moment of inertia J=0.14kgm<sup>2</sup>, armature resistance  $R_a = 1.42\Omega$ , excitation resistance  $R_f = 464\Omega$ , armature inductance  $L_a = 23 \text{mH}$ , excitation inductance L<sub>c</sub>=3.6H [18]).

Converter: Resistance of the controlled switch  $R_{sw}=0.1\Omega$ , conduction drop voltage  $V_{on.sw}=3V$ , k=0.005.

Batteries: Battery voltage  $V_{bat}$ =320V, internal battery resistance  $R_{bat}$ =1 $\Omega$ .

For the above parameters a graphical representation of the losses for  $u_{veh} = 20$ km/h and  $F_{wh} = 200$ N. More analytically, in fig. 3a the total losses are depicted as a function of the flux with the gear-box ratio as a parameter. In fig. 3b the same losses are represented as a function of the gear-box ratio with the flux as parameter. From these graphs it is concluded that the losses are strongly dependent on these two parameters and that by choosing them appropriately a minimum loss can be obtained.

Similar results are derived for every pair of values of  $u_{veh}$ and  $F_{wh}$ . Thus, for any operating condition there is a pair of values  $C\Phi_{op}$  and  $\lambda_{op}$  which optimizes the efficiency. Based on this, a control strategy can be implemented in the system in order to improve its efficiency. This control method is based on speed measurement and force calculation. According to these values proper regulation of the motor flux and proper selection of the gear-box ratio can be applied.

The next paragraphs show the calculation of  $C\Phi_{op}$  and  $\lambda_{op}$ .

# 4. CALCULATION OF THE OPTIMAL VALUES $C\Phi_{OP}$ AND $\Lambda_{OP}$

The criterion of minimization of a two variable function is that the first order derivatives must be equal to zero [19]. Equations (5.1)-(5.10) represent the calculation of these derivatives. It is worth mentioning that the study of the second order derivatives shows that the examined point is not a maximum of the function.

As it is clear from eq. (5.3)-(5.10), an equation system results. This system cannot be solved analytically due to its complexity. In order to obtain a solution, an iteration method is used. The implementation of this method for different pair values of  $u_{veh}$  and  $F_{wh}$  results in two search tables  $\left[C\Phi_{op}\right]$ and  $\left[\lambda_{op}\right]$ . In the present study the iteration method was implemented over a range of force values 10-800N with 10N as a step and over a speed range 1-30 m/sec with 1m/sec as a step. Thus, two tables with dimensions 30X80 resulted. These tables are depicted in the three-dimensional diagrams of fig. 4 and 5. According to these diagrams the following conclusions may be drawn:

- Concerning the rotor flux it is clear that for light load conditions the optimal flux is lower than the nominal. This is due to the core losses of the motor. This result is in accordance with those of [4, 5].
- The optimal flux becomes higher than the nominal for heavy load conditions. However this is not able to happen due to the saturation of the core. Additionally, it is clear that the flux values are always higher than the limit

value (0.2- 0.3pu) under which the stray losses become important.

 Concerning the gear-box ratio it is clear that it takes high values for low speed and high force values. This happens because the high ratio leads the motor close to its nominal operation point.

## 5. ESTIMATION OF THE $C\Phi_{OP}$ AND $\Lambda_{OP}$ FUNCTION

### 5.1. General

Though the values of the tables  $\begin{bmatrix} C\Phi_{op} \end{bmatrix}$  and  $\begin{bmatrix} \lambda_{op} \end{bmatrix}$  can be used directly in the control system in order to achieve energy saving, the estimation of a function that will represent these quantities is very useful, especially when further analysis is needed. In the next paragraphs, the analytical procedure for the estimation of these functions is shown.

## **5.2.** Optimal rotor flux $C\Phi_{on}$

In order to estimate a function for the flux, the diagrams of fig. 6 and 7 are used. In fig. 6 the parametric flux curves are depicted as a function of the force. These curves can be represented with accuracy by using the allometric function of eq. (6.1). In fig. 7 the points of one curve in combination with the theoretical curve given from eq. (6.1) are shown. The procedure that is performed is the following: For all speed values the coefficients a, b and c are approximated. These values are depicted in fig. 8. The same diagram also showns the theoretical curves that properly approximate the above coefficients. These curves are described with eq. (6.2)-(6.4). Finally, eq. (6.5) is produced.

In order to calculate the coefficients of eq. (6.5) an iteration method based on the least squares must be followed. The best iteration method for a non-linear and multivariable function is that of Levenberg-Marquardt [20]. The convergence criterion of this method is the error function given by eq. (6.6), where E is the error, NM is the number of measured points,  $Y_{Mi}$  is the measured value of the function at the point i and  $Y_{Ci}$  is the calculated value. In order to implement the algorithm the first order derivatives are necessary. These are shown in table I.

### 5.3. Optimal gear-box ratio $\lambda_{op}$

Following the same steps as in the previous paragraphs the function which describes  $\lambda$  is estimated. This function is the same as eq. (6.1). The coefficients a, b, c can be represented by eq. (6.7)-(6.9). In fig. 9 the change of these coefficients as well as the approximating functions are shown. As with the flux, the first order derivatives are necessary in the implemented algorithm. These derivatives are given in table II.

## 6. SIMULATION RESULTS

In order to prove the theoretical analysis, simulation tests were performed. With the use of Simulink, a system consisting of a D.C. motor supplied by a battery bank through a DC/DC converter, was tested. During the tests, the speed was kept constant by using a PI controller. The changes of the flux were performed using a variable voltage source which was properly controlled. The characteristics of the system have been previously reported. The tests included suitable changes in C $\Phi$  and  $\lambda$  for constant speed and force.

## 7. CONCLUSIONS

In the present paper the theoretical analysis of the losses in an EV propulsion system with DC motor is presented. Additionally, a control method for the loss minimization is proposed. The methodology is based on the proper selection of the magnetic flux and the gear-box ratio. In order to determine these values a loss model of the system was constructed. Using this equation in different speed and force values the optimal values of the flux and the gear-box ratio were calculated. The latter were then used in order to find two functions which describe them. These functions can be used in a control system via a microcontroller or DSP which can select these quantities appropriately for any values of speed and force. In this way, the total losses are minimized and the driving distance of the vehicle increase. The simulation results were in accordance with the theoretical analysis and prove that a significant amount of energy can be saved by using the proposed strategy.

E. Rikos

E. Tatakis

Electrical Engineer, Department of Electrical and Computer Engineering, 265 00 Rio-Patras.

Assistant Professor, University of Patras, Department of Electrical and Computer Engineering, 265 00 Rio-Patras.