

Αναλυτική και αριθμητική προσομοίωση της υδροδυναμικής καταπόνησης άκαμπτων φραγμάτων

Γ. Παπαζαφειρόπουλος

Ανθυποσημναγός (ΜΕ), Μεταπτυχιακός Φοιτητής Πολυτεχνείου Κρήτης

Π.Ν. Ψαρρόπουλος

Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Διδάσκων Σχολής Μηχανικών Αεροπορίας (ΣΜΑ)

Ι. Τσομπανάκης

Επίκουρος Καθηγητής, Τομέας Μηχανικής, Γενικό Τμήμα Πολυτεχνείου Κρήτης

Λέξεις κλειδιά: Άκαμπτα φράγματα, υδροδυναμικές ωθήσεις, δυναμική αλληλεπίδραση, αναλυτική λύση, αριθμητική προσομοίωση.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Είναι ευρέως αποδεκτό ότι η δυναμική απόκριση ενός οποιουδήποτε συστήματος αντιστήριξης δεν είναι ακόμα πλήρως κατανοητή, κυρίως λόγω της δυναμικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα στο σύστημα και στο αντιστηριζόμενο υλικό. Η περίπτωση δε κατά την οποία το αντιστηριζόμενο υλικό είναι υγρό, όπως είναι το νερό σε φράγματα, παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τους επιστήμονες της σεισμικής μηχανικής, καθώς κατά τη διάρκεια μιας σεισμικής διέγερσης αναπτύσσονται σημαντικές υδροδυναμικές ωθήσεις πάνω στο σώμα του φράγματος. Στην παρούσα εργασία διερευνάται η δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ φράγματος και νερού και αναπτύσσεται μια κλειστή αναλυτική λύση για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών ωθήσεων που ενεργούν σε ένα άκαμπτο φράγμα, επίσης, να επαληθευθούν τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης πραγματοποιούνται και αριθμητικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δυναμική απόκριση διαφόρων τύπων φραγμάτων που συγκρατούν μια ημιάπειρη στρώση νερού έχει εξεταστεί στο παρελθόν αναλυτικά, αριθμητικά και πειραματικά. Μέχρι και τη σημερινή εποχή ο σχεδιασμός των φραγμάτων, εύκαμπτων ή μη, γίνεται με τη μέθοδο που περιγράφηκε για πρώτη φορά στην πρωτοποριακή εργασία του Westergaard {11}, στην οποία (α) το φράγμα θεωρείται άκαμπτο, (β) το νερό θεωρείται ασυμπίεστο, και (γ) το νερό εκτείνεται σε άπειρη θεωρητικά απόσταση πίσω από το φράγμα (σχηματίζει μια ημιάπειρη στρώση). Οι προαναφερθείσες παραδοχές οδηγούν σε αυξημένες ωθήσεις πίσω από τα φράγματα. Συνεπώς, επειδή οδηγούν σε μάλλον συντηρητικό σχεδιασμό, θα πρέπει να επανεξεταστεί το κατά πόσο ισχύουν στην πραγματικότητα, για να γίνει μια πιο σωστή εκτίμηση της υδροδυναμικής καταπόνησης των φραγμάτων, έτσι ώστε να είναι δυνατός ο οικονομικότερος σχεδιασμός τους.

Η μελέτη των υδροδυναμικών πιέσεων σε άκαμπτα φράγματα που οφείλονται σε οριζόντια εδαφική κίνηση λόγω σεισμού ξεκίνησε, όπως προαναφέρθηκε, με την εργασία του Westergaard {11}. Υποθέτοντας ότι το νερό είναι ασυμπίεστο υγρό, καθορίστηκαν πειραματικά οι υδροδυναμικές ωθήσεις σε φράγματα ({12}, {13}). Εν συνεχεία αναπτύχθηκαν περισσότερες και πιο εμπειρισταωμένες μελέτες των υδροδυναμικών πιέσεων πίσω από άκαμπτα φράγματα οφειλόμενες τόσο σε οριζόντια όσο και σε κατακόρυφη εδαφική κίνηση ({2}, {9}).

Οι δυνατότητες που προσφέρει η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Π.Σ.) στην εκτίμηση των ωθήσεων σε φράγματα έγιναν αντιληπτές από νωρίς. Πολλές από τις πρώτες εφαρμογές της μεθόδου των Π.Σ. σε κατασκευές πολιτικού μηχανικού έγιναν σε κατασκευές που περιελάμβαναν φράγματα είτε κατασκευασμένα από τεχνητά υλικά (βλ. {6} και {7}), είτε από συμπίεμένο έδαφος (αναχώματα) {8}. Η δομητική αστοχία του φράγματος Κοyna το Δεκέμβριο του 1967

ενίσχυσε την άποψη ότι τα φράγματα βαρύτητας από ωπλισμένο σκυρόδεμα δεν είναι και τόσο ανθεκτικά έναντι σεισμού, όπως είχε αρχικώς θεωρηθεί.

Μια πιο αποτελεσματική προσέγγιση της αλληλεπίδρασης φράγματος-νερού είναι η θεώρηση του φράγματος και του νερού ως δυο ξεχωριστών τμημάτων, οι αποκρίσεις των οποίων επηρεάζονται η μία από την άλλη λόγω των δυνάμεων που αναπτύσσονται στη διεπιφάνειά τους. Από τις δυο αυτές περιοχές, το φράγμα, το οποίο έχει γενικά αυθαίρετη γεωμετρία, διακριτοποιείται σε δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων, ενώ το συγκρατούμενο νερό δεν διακριτοποιείται, αλλά θεωρείται ως συνεχές μέσο, θεώρηση που ταιριάζει στην απλή γεωμετρία του σε συνδυασμό με την άπειρη θεωρητικά έκταση της επιφάνειάς του, η οποία για να επιλυθεί μέσω διακριτοποίησης θα απαιτούσε πολύ μεγάλο υπολογιστικό φόρτο ($\{4\}$, $\{5\}$). Αποδείχτηκε δε ότι η παραπάνω αλληλεπίδραση, καθώς και η συμπεριφορά του νερού παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στη δυναμική συμπεριφορά των φραγμάτων βαρύτητας από ωπλισμένο σκυρόδεμα $\{3\}$. Τέλος, υπάρχει και η δυνατότητα προσομοίωσης του νερού με ημίαιρα πεπερασμένα στοιχεία $\{10\}$.

Η παρούσα εργασία σκοπό έχει να μελετήσει την επίδραση που έχουν τα σεισμικά φορτία, στην πρόσθετη δυναμική καταπόνηση ενός φράγματος λόγω του νερού που αυτό κατακρατά. Η μελέτη του σύνθετου φαινομένου της δυναμικής αλληλεπίδρασης μεταξύ φράγματος και νερού γίνεται με δύο τρόπους: (α) μέσω της προτεινόμενης ασητηής κλειστής αναλυτικής λύσης, και (β) με αριθμητική προσομοίωση πεπερασμένων στοιχείων. Για να απομονωθεί η επίδραση της ενδοσιμότητας του φράγματος θεωρείται ότι αυτό είναι άκαμπτο και πακτωμένο στη βάση του. Δίνεται έμφαση στον υπολογισμό των υδροδυναμικών ωθήσεων που αναπτύσσονται πίσω από το φράγμα καθώς και στην εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση στα διάφορα σημεία του νερού. Το τελευταίο επιτυγχάνεται μέσω κατάλληλων τριδιάστατων διαγραμμάτων.

Η δυναμική απόκριση ενός συστήματος εξαρτάται πάντα από τα χαρακτηριστικά της σεισμικής δόνησης (στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο των συχνοτήτων). Ωστόσο, για να εξαλειφθούν οι επιδράσεις των χαρακτηριστικών αυτών στη δυναμική αλληλεπίδραση φράγματος-νερού, χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις αναλύσεις αρμονική διέγερση στη βάση μοναδιαίου πλάτους, οιονεί στατική. Τα αποτελέσματα της παρούσας διερεύνησης αποδεικνύουν ότι υπάρχει σαφής εξάρτηση της δυναμικής καταπόνησης ενός φράγματος και της οριζόντιας απόστασης μέχρι την οποία εκτείνεται το κατακρατούμενο νερό στα κατάντη του.

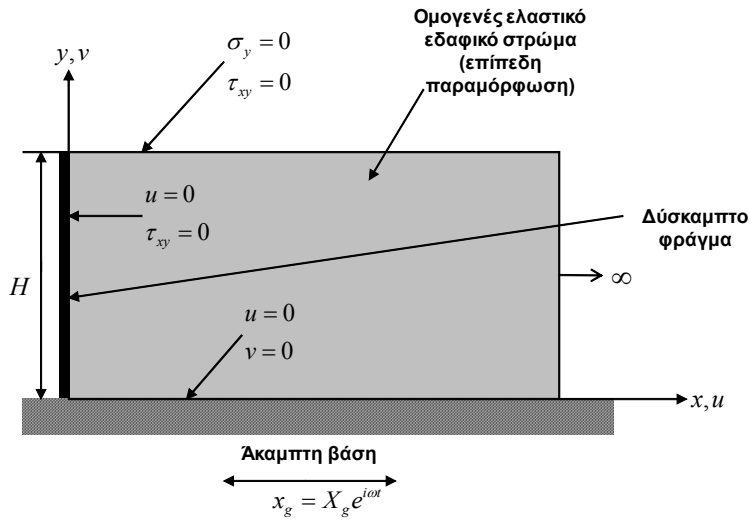
2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Το προσομοίωμα που μελετήθηκε στην παρούσα εργασία αποτελείται από ένα άκαμπτο φράγμα που συγκρατεί μία ημίαιρη στρώση νερού (εκτείνεται από το φράγμα μέχρι το άπειρο), όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Είναι ένα σύστημα επίπεδης παραμόρφωσης και το κατώτερο οριζόντιο σύνορο (βάση) αντιπροσωπεύει ένα άκαμπτο στρώμα βράχου, το οποίο δεν επιτρέπει καμία σχετική παραμόρφωση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων του. Το φράγμα συνδέεται μονολιτικά με την άκαμπτη βάση, κάθετα προς αυτή. Το ακραίο κατακόρυφο σύνορο αντιπροσωπεύει ανέκδοτο φράγμα το οποίο είναι λείο όταν έρχεται σε επαφή με το κατακρατούμενο νερό.

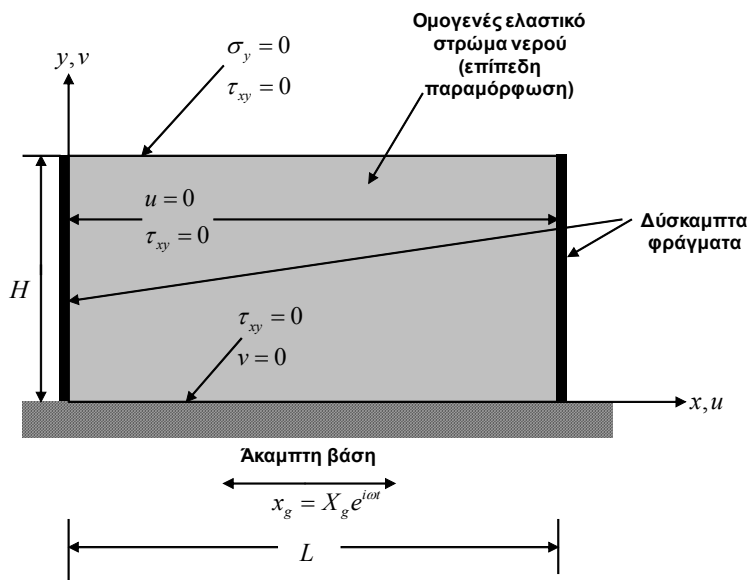
Με βάση την προαναφερθείσα θεώρηση, το υγρό μπορεί να ολισθαίνει στις διεπιφάνειές του με το φράγμα και τη βάση χωρίς να αναπτύσσονται τριβές. Η ημίαιρη στρώση περιλαμβάνει νερό με σταθερό μέτρο διόγκωσης και πυκνότητα. Η υδάτινη αυτή στρώση υποβάλλεται σε οιονεί-στατική αρμονική διέγερση, ενώ το ζητούμενο είναι οι αναπτυσσόμενες υδροδυναμικές ωθήσεις πίσω από το φράγμα και η εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση του κατακρατούμενου νερού σε όλη την έκτασή του.

Θα ήταν σκόπιμο να αναφερθεί ότι το εν λόγω προσομοίωμα αποτελεί ειδική περίπτωση ενός γενικότερου συστήματος συγκράτησης νερού που απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Το προσομοίωμα του Σχήματος 1 προκύπτει από αυτό του Σχήματος 2, για την περίπτωση όπου η απόσταση μεταξύ των φραγμάτων L απειρίζεται και συνεπώς εκμηδενίζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ των φραγμάτων. Να σημειωθεί ότι η κατασκευή του Σχήματος 2 δεν αντιστοιχεί κατ' ανάγκη σε ζεύγος

φραγμάτων. Μπορεί να προσομοιώσει και τις δύσκαμπτες όχθες ενός ποταμού ή φρεατίου, ή ακόμα και μια δεξαμενή νερού της οποίας τα τοιχώματα είναι δύσκαμπτα (συνήθως από ωπλισμένο σκυρόδεμα). Έτσι, γίνεται σαφές ότι η αλληλεπίδραση δυο άκαμπτων «φραγμάτων» σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους είναι θέμα πρωτεύουσας σημασίας για τον αντισεισμικό σχεδιασμό των κατασκευών συγκράτησης νερού γενικά. Για τους παραπάνω λόγους στην παρούσα εργασία θα εξεταστεί διεξοδικά το σύστημα του Σχήματος 2, αφού αποτελεί τη γενικότερη περίπτωση του «απλού» συστήματος του Σχήματος 1.



Σχήμα 1: Το αρχικό σύστημα που εξετάστηκε στην παρούσα εργασία: άκαμπτο φράγμα, πακτωμένο σε άκαμπτη βάση το οποίο συγκρατεί ομοιογενές νερό που συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά.



Σχήμα 2: Το γενικότερο σύστημα που εξετάστηκε στην παρούσα εργασία: Δύο άκαμπτα φράγματα με απόσταση L , πακτωμένα σε άκαμπτη βάση ανάμεσα στα οποία κατακρατείται ομοιογενές νερό, που συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά.

Όταν αναφέρονται στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων x, y του Σχήματος 2, οι εξισώσεις της εντατικής κατάστασης του νερού μπορούν να γραφούν ως:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \xi} = \rho H \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho H \ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial h} = \rho H \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

στις οποίες σ_x και σ_y είναι οι ορθές τάσεις σε ένα τυχαίο σημείο και χρονική στιγμή κατά μήκος των συντεταγμένων x και y , αντίστοιχα, u και v είναι οι αντίστοιχες μετατοπίσεις σχετικά με τη βάση τ_{xy} είναι η διατμητική τάση στο επίπεδο xy και ξ και h είναι αδιάστατες συντεταγμένες θέσης ορισμένες από τις σχέσεις $\xi = x/H$ και $h = y/H$. Ο όρος \ddot{x}_g είναι η επιτάχυνση της επιβαλλόμενης διέγερσης στη βάση. Η σύμβαση προσήμων για τις τάσεις και τις μετατοπίσεις είναι αυτή που χρησιμοποιείται στην θεωρία ελαστικότητας. Ειδικότερα, οι μετατοπίσεις είναι θετικές όταν κατευθύνονται κατά τη θετική φορά των αντίστοιχων αξόνων και οι ορθές τάσεις είναι θετικές όταν προκαλούν εφελκυσμό. Διατμητικές τάσεις δεν αναπτύσσονται πουθενά μέσα στο νερό, και έτσι θεωρούνται εξ' ορισμού μηδενικές.

Για τις συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης που εξετάζονται στην παρούσα εργασία, οι τάσεις συνδέονται με τις μετατοπίσεις μέσω των σχέσεων:

$$\sigma_x = K \frac{1}{H} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial h} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_y = K \frac{1}{H} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial h} \right) \quad (4)$$

όπου K είναι το σταθερό μέτρο διόγκωσης του νερού. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι σε κάθε σημείο του νερού οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες ορθές τάσεις είναι ίσες, όπως προκύπτει από τις σχέσεις (3) και (4). Το νερό δεν είναι δυνατόν να εμφανίζει απόσβεση υλικού, με την έννοια που αυτά εμφανίζεται σε εδαφικά υλικά. Ο λόγος είναι προφανής, αφού ως γνωστόν η απόσβεση δ συνδέει τις διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται σε ένα στερεό με το ρυθμό μεταβολής της διατμητικής παραμόρφωσης $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$. Εφόσον όμως δεν υπάρχει στο νερό διάτμηση άρα δεν μπορεί να υπάρξει και απόσβεση.

Συνεπώς, για μια αρμονική διέγερση με επιτάχυνση:

$$\ddot{x}_g(t) = X_g e^{i\omega t} \quad (5)$$

μπορεί να γίνει διαχωρισμός των μεταβλητών ξ, h γράφοντας τις συναρτήσεις των μετατοπίσεων ως εξής:

$$u(\xi, h, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(h) \sin \frac{n\pi\xi}{l} e^{i\omega t} \quad (6)$$

και:

$$v(\xi, h, t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(h) \cos \frac{n\pi\xi}{l} e^{i\omega t} \quad (7)$$

όπου X_g είναι το πλάτος της επιβαλλόμενης στη βάση επιτάχυνσης, ω η κυκλική συχνότητα της διέγερσης και της προκύπτουσας απόκρισης και $U(\xi, h), V(\xi, h)$ είναι πραγματικές συναρτήσεις που εκφράζουν τα πλάτη των αντίστοιχων σχετικών μετακινήσεων. Μετά την αντικατάσταση των εξισώσεων (3) και (4) στις (1) και (2), και με απαλοιφή του κοινού παράγοντα $e^{i\omega t}$ στα δύο μέλη των εξισώσεων, προκύπτει ότι:

$$K \frac{1}{H} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial h \partial \xi} \right) = \rho H X_g - \omega^2 \rho H U \quad (8)$$

$$K \frac{1}{H} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial h} + \frac{\partial^2 V}{\partial h^2} \right) = -\omega^2 \rho H V \quad (9)$$

Είναι προφανές ότι στις διεπιφάνειες των τοίχων δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις, ενώ οι σχετικές μετατοπίσεις του εδάφους στις ίδιες θέσεις θα είναι μηδενικές, δηλαδή δεν υπάρχει αποκόλληση του νερού από τα φράγματα σε αυτές τις θέσεις. Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (6) και (7), οι (8) και (9) μετά από πράξεις και απαλοιφή των συναρτήσεων του ξ θα δώσουν ένα σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων, οι λύσεις των οποίων είναι συντελεστές αθροισμάτων. Αν τεθεί:

$$R = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2}{l^2} - \frac{\omega^2 \rho H^2}{K}} \quad (10)$$

οι συναρτήσεις μετατόπισης είναι:

$$V_n(h) = C_1 \sinh Rh + C_2 \cosh Rh \quad (11)$$

$$U_{nc} = -\frac{n\pi}{lR} (C_1 \cosh Rh + C_2 \sinh Rh) \quad (12)$$

$$U_{np} = \frac{\rho H^2 X_g a_n}{KR^2} \quad (13)$$

$$U_n(h) = U_{np} + U_{nc}(h) \quad (14)$$

όπου ο συντελεστής a_n δίνεται από τη σχέση:

$$a_n = \frac{2}{n\pi} (1 - (-1)^n) \quad (15)$$

Οι συντελεστές C_1, C_2 θα προσδιοριστούν με βάση τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος στο πάνω και κάτω οριζόντιο σύνορο του αντιστηριζόμενου μέσου. Οι δύο συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται είναι μηδενικές κατακόρυφες ορθές τάσεις στην ελεύθερη επιφάνεια και μηδενικές κατακόρυφες μετατοπίσεις στον πυθμένα. Αυτές θα δώσουν τελικά:

$$C_2 = 0 \quad (16)$$

$$C_1 = \frac{n\pi X_g a_n}{\omega^2 l R} \quad (17)$$

Συνεπώς, οι συναρτήσεις μετατόπισης θα είναι:

$$U(\xi, h) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_g a_n}{R^2} \left(\frac{\rho H^2}{K} - \frac{n^2 \pi^2}{\omega^2 l^2} \cosh Rh \right) \sin \frac{n\pi \xi}{l} e^{i\omega t} \quad (18)$$

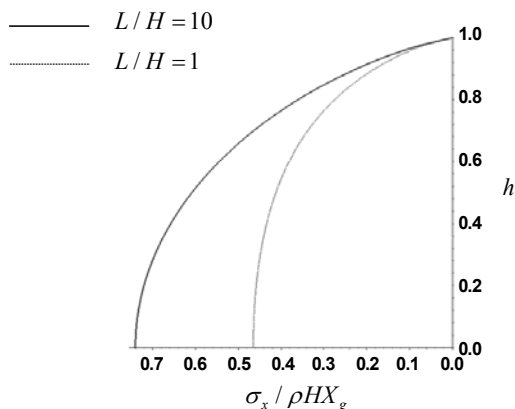
και

$$V(\xi, h) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi X_g a_n}{\omega^2 l R} \sinh Rh \cos \frac{n\pi \xi}{l} e^{i\omega t} \quad (19)$$

Πρέπει να τονιστεί ότι όλα τα παραπάνω ισχύουν για μικρές μετατοπίσεις, ώστε να βρισκόμαστε μέσα στα όρια της ελαστικότητας. Για μεγαλύτερες μετατοπίσεις η αντιμετώπιση είναι διαφορετική. Στην περίπτωση του συντονισμού, τόσο οι μετατοπίσεις, όσο και οι ωθήσεις, επειδή δεν υπάρχει πουθενά απόσβεση στο σύστημα που εξετάζεται, απειρίζονται. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την παραδοχή των μικρών μετατοπίσεων που προαναφέρθηκε ως βασική προϋπόθεση της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Άρα για να είναι ακριβείς οι υπολογισμοί, θα πρέπει να τονισθεί ότι οι ωθήσεις που υπολογίζονται με την παραπάνω μεθοδολογία ισχύουν μόνο για οιονεί στατικές διεγέρσεις, όπου το σύστημα είναι μακριά από την θεμελιώδη ιδιοσυχνότητά του. Εκτός από τις μεγάλες μετατοπίσεις, στην περίπτωση του συντονισμού θα πρέπει να ληφθούν υπόψη η δημιουργία επιφανειακών κυμάτων, η οποία οπωσδήποτε καταργεί τη συνοριακή συνθήκη στην επιφάνεια του νερού της μη ύπαρξης κατακόρυφων ορθών τάσεων, καθώς και η ανάπτυξη κινηματικών τριβών ανάμεσα στο νερό και τις εσωτερικές επιφάνειες των φραγμάτων και της βάσης, μέσω του κινηματικού ιξώδους του νερού.

Για τους παραπάνω λόγους, η ανάλυση που γίνεται στην παρούσα εργασία αφορά μόνο οιονεί στατικές διεγέρσεις. Πιο συγκεκριμένα η αρμονική διέγερση που επιβάλλεται στη βάση έχει συχνότητα 5 Hz ενώ η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα του εξεταζόμενου συστήματος για $L/H = 10$ υπολογίστηκε ότι είναι περίπου ίση με 47 Hz, και για μικρότερες τιμές του λόγου L/H , όπου το σύστημα γίνεται πιο δύσκαμπτο, η συχνότητα αυτή αυξάνεται. Συνεπώς, η επιβαλλόμενη διέγερση μπορεί να θεωρηθεί, χωρίς να τίθεται θέμα προσέγγισης, οιονεί-στατική. Επίσης, να σημειωθεί ότι για $L/H=10$, η αλληλεπίδραση μεταξύ των δυο φραγμάτων πρακτικά εκμηδενίζεται. Ουσιαστικά, τα δυο φράγματα συμπεριφέρονται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, και η (κοινή) τους απόκριση είναι ακριβώς ίδια με αυτή που θα είχε ένα φράγμα που αντιστηρίζει ημιάπειρη στρώση νερού.

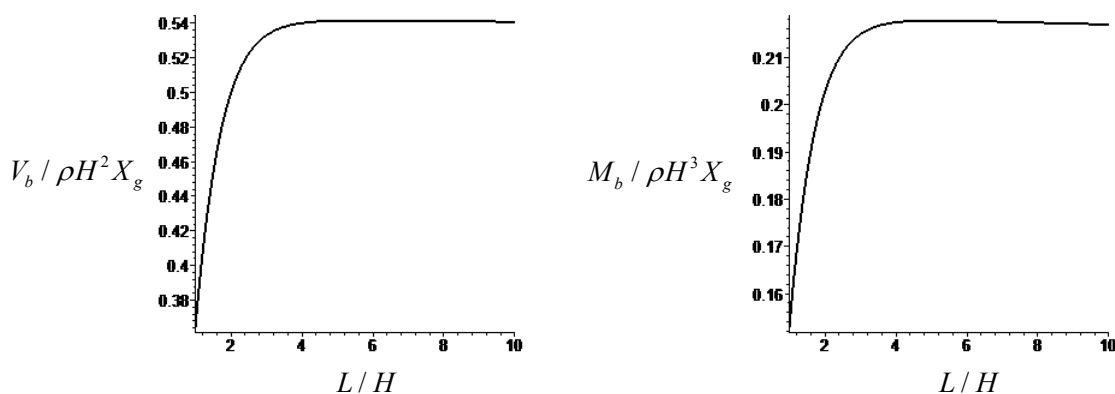
Τα αποτελέσματα της προτεινόμενης αναλυτικής λύσης παρουσιάζονται στα επόμενα διαγράμματα για τη δημιουργία των οποίων χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού MAPLE. Στο Σχήμα 3, παριστάνεται το διάγραμμα των ωθήσεων που αναπτύσσονται πίσω από άκαμπτο φράγμα που κατακρατά ημιάπειρη στρώση νερού για την περίπτωση της οιονεί στατικής φόρτισης.



Σχήμα 3: Οιονεί στατικές υδροδυναμικές ωθήσεις που αναπτύσσονται πίσω από άκαμπτο φράγμα για τις δύο ακραίες περιπτώσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των φραγμάτων: α) $L/H=1$: ύπαρξη αλληλεπίδρασης, και β) $L/H=10$: απουσία αλληλεπίδρασης.

Παρατηρείται ότι οι υδροδυναμικές ωθήσεις παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους στη βάση του φράγματος και μηδενίζονται στην κορυφή του. Εξάλλου, στην κορυφή του φράγματος η κατακόρυφη ορθή τάση είναι μηδενική και επειδή, όπως παρουσιάστηκε στην περιγραφή της αναλυτική λύση, οι οριζόντιες ορθές τάσεις είναι ίσες με τις αντίστοιχες κατακόρυφες σε όλα τα σημεία του αντιστηριζόμενου νερού, όποτε και οι οριζόντιες ορθές τάσεις στην κορυφή του φράγματος θα είναι μηδενικές.

Στο Σχήμα 4 απεικονίζονται η τέμνουσα και η ροπή, αντίστοιχα, που αναπτύσσονται στη βάση του φράγματος για οιονεί στατική διέγερση συναρτήσει της απόστασης μεταξύ των δυο άκαμπτων φραγμάτων στη δεξαμενή. Είναι σαφές ότι όσο μεταβάλλεται η απόσταση μεταξύ των φραγμάτων, τόσο αυξάνονται γενικά οι δράσεις (τέμνουσα και ροπή) στη βάση τους. Για μικρές αποστάσεις μεταξύ των φραγμάτων η μάζα του νερού που είναι εγκλωβισμένη ανάμεσά τους είναι μικρή και έτσι δεν αναπτύσσει μεγάλες αδρανειακές δυνάμεις. Πρακτικά οι δράσεις σταθεροποιούνται για τιμές του λόγου $L/H > 4$.



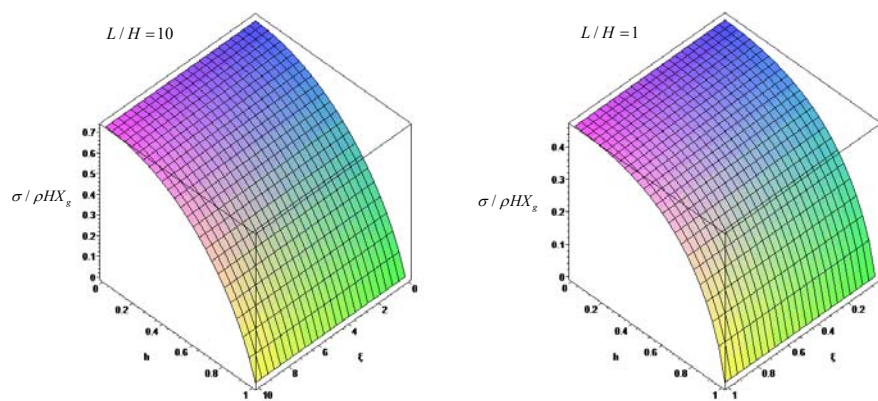
Σχήμα 4: Οιονεί-στατική τέμνουσα και ροπή που αναπτύσσονται στη βάση των άκαμπτων φραγμάτων σε συνάρτηση με την απόσταση μεταξύ τους.

Η τέμνουσα στη βάση παίρνει τιμή $0.54\rho H^2 X_g$ για μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των φραγμάτων, δηλαδή ουσιαστικά για ένα και μοναδικό φράγμα. Αντίστοιχα, η ροπή στη βάση παίρνει τιμή $0.54\rho H^3 X_g$. Υπενθυμίζεται ότι X_g είναι το πλάτος της αρμονικής επιτάχυνσης που επιβάλλεται στη βάση.

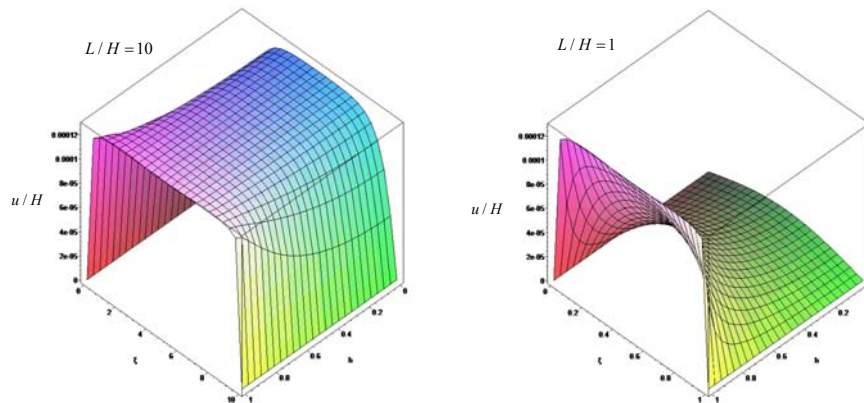
Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται η κατανομή των αδιαστατοποιημένων υδροδυναμικών πιέσεων που αναπτύσσονται στο κατακρατούμενο νερό κατά ύψος και κατά μήκος της υδάτινης δεξαμενής. Στο διάγραμμα αυτό, το επίπεδο που ορίζεται από τους άξονες $\xi-h$ (ξ είναι η αδιαστατοποιημένη απόσταση από το ένα φράγμα και h είναι το αδιαστατοποιημένο ύψος από τον πυθμένα) είναι το επίπεδο του προσομοιώματος που εξετάζεται, δηλαδή στα τριδιάστατα διαγράμματα το προσομοίωμα είναι κατακεκλιμμένο στη βάση τους. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζεται η εκάστοτε θεωρούμενη ποσότητα, που στην εξεταζόμενη περίπτωση είναι η υδροδυναμική πίεση. Παρατηρείται ότι οι ορθές τάσεις μεταβάλλονται κατά πλάτος και όχι κατά μήκος του διαγράμματος, πράγμα λογικό αφού ως γνωστόν μέσα στη μάζα του νερού δεν αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις για να επιφέρουν μεταβολή στην εντατική του κατάσταση κατά μήκος. Επίσης, είναι πρόδηλο ότι δεν υπάρχουν διαφορές ως προς το σχήμα της κατανομής στα δυο σχήματα. Το μόνο που μεταβάλλεται με την απόσταση μεταξύ των φραγμάτων είναι το μέγεθος των ωθήσεων.

Στο Σχήμα 6 φαίνεται η κατανομή των αδιαστατοποιημένων οριζόντιων μετατοπίσεων στα διάφορα σημεία του νερού για τις περιπτώσεις $L/H=10$ και $L/H=1$. Στις περιοχές που βρίσκονται κοντά στα φράγματα οι μετατοπίσεις είναι μειωμένες, επειδή τα τελευταία είναι άκαμπτα. Σε περιοχές που βρίσκονται κοντά στον άξονα συμμετρίας του προσομοιώματος, μακριά από τα φράγματα, οι μετατοπίσεις παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους ενώ ταυτόχρονα σταθεροποιούνται. Στη

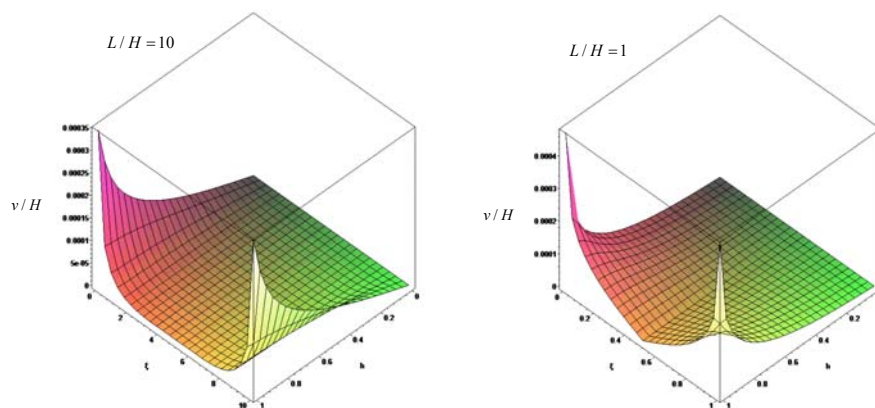
περίπτωση που τα φράγματα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (για $L/H=10$), τότε κατά μήκος της διεπιφάνειας του νερού με τη βάση παρατηρείται ότι οι μετατοπίσεις είναι σχεδόν ίσες με αυτές που αναπτύσσονται στην επιφάνεια. Αυτό δεν συμβαίνει όταν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των φραγμάτων (για $L/H=1$), όπου οι μετατοπίσεις εμφανίζουν έντονη μεταβολή κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, για την περίπτωση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των φραγμάτων, η ποσότητα του νερού που βρίσκεται εγκλωβισμένη ανάμεσά τους δεν είναι αρκετά μεγάλη για να αναπτύξει σχετικά μεγάλες αδρανειακές δυνάμεις και συνεπώς μεγάλες μετατοπίσεις. Στο Σχήμα 7 φαίνεται η κατανομή των αδιαστατοποιημένων κατακόρυφων μετατοπίσεων στα διάφορα σημεία του νερού για τις περιπτώσεις $L/H=10$ και $L/H=1$. Κοντά στα φράγματα οι κατακόρυφες μετατοπίσεις δεν μηδενίζονται, κατ' επέκταση δεν αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις στις διεπιφάνειες φραγμάτων και νερού. Επίσης, μπορεί να παρατηρηθεί ότι οι κατακόρυφες μετατοπίσεις λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους στην κορυφή των φραγμάτων.



Σχήμα 5: Κατανομή των αδιαστατοποιημένων υδροδυναμικών πιέσεων σε όλη την έκταση του κατακρατούμενου νερού για $L/H=10$ (αριστερά) και για $L/H=1$ (δεξιά).



Σχήμα 6: Κατανομή της αδιαστατοποιημένης οριζόντιας μετατόπισης σε όλη την έκταση του κατακρατούμενου νερού για $L/H=10$ (αριστερά) και $L/H=1$ (δεξιά).



Σχήμα 7: Κατανομή της αδιαστατοποιημένης κατακόρυφης μετατόπισης σε όλη την έκταση του κατακρατούμενου νερού για $L/H=10$ (αριστερά) και $L/H=1$ (δεξιά).

3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Για να εξεταστεί η δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ φράγματος και νερού, πραγματοποιήθηκαν επίσης διδιάστατες αριθμητικές αναλύσεις του συστήματος που απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Οι προσομοιώσεις έγιναν με χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS {1} στα δύο εξεταζόμενα συστήματα φραγμάτων: (α) με λόγο $L/H = 10$ για να προσομοιωθεί ένα μοναδικό φράγμα που κατακρατά θεωρητικά ημιάπειρη στρώση νερού, και (β) με λόγο $L/H = 1$ για να προσομοιωθεί ένα σύστημα δύο φραγμάτων, τα οποία είναι αρκετά κοντά μεταξύ τους έτσι ώστε να υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ τους.

Για το νερό χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένα στοιχεία, τα οποία είναι κατάλληλα να προσομοιώσουν τη διάδοση των διαμήκων κυμάτων μέσα στο νερό υπό δυναμικές συνθήκες. Η δύσκαμπτη βάση και τα άκαμπτα φράγματα θεωρήθηκαν συνδεδεμένα μονολιθικά σε μία ενιαία κατασκευή, η οποία έχει πολύ μεγάλο μέτρο ελαστικότητας και συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά. Τόσο για το νερό όσο και για το δύσκαμπτο «περίβλημα» (ο πυθμένας και τα δύο φράγματα) τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τετραπλευρικά επίπεδης παραμόρφωσης. Στις διεπιφάνειες του νερού με τα άκαμπτα φράγματα και τη βάση χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένα στοιχεία διεπιφάνειας μεταξύ υγρού και στερεού μέσου. Επίσης χρησιμοποιήθηκε η υπόθεση ότι το νερό δεν αποκολλάται από τα φράγματα στις διεπιφάνειες, αλλά μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές στην εφαπτομενική διεύθυνση των διεπιφανειών αυτών, εφόσον είναι ανίκανο σαν υλικό να παραλάβει κάθε είδους διάτμηση. Επιπλέον, το πάχος των φραγμάτων και της βάσης είναι 1.6 m και διακριτοποιήθηκε με τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία.

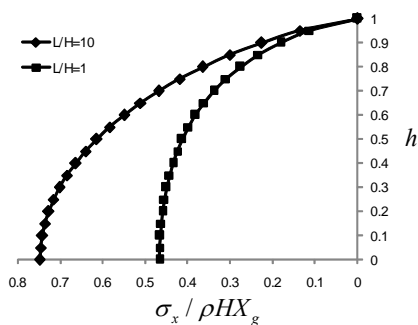
Γενικά, όπως κατ' αντιστοιχία συμβαίνει και στους τοίχους αντιστήριξης, οι ιδιότητες του νερού (K, ρ) και το ύψος των φραγμάτων H δεν είναι δυνατό να επηρεάσουν τις υδροδυναμικές ωθήσεις πίσω από τα φράγματα, όταν όλες οι υπόλοιπες παράμετροι παραμένουν σταθερές. Για τον λόγο αυτό, οι ωθήσεις αδιαστατοποιήθηκαν ως προς ρ και H και όλες οι αναλύσεις έγιναν για φράγματα ύψους $H=8\text{m}$. Το νερό έχει μέτρο διόγκωσης $K=2.2\text{GPa}$ και πυκνότητα $\rho=10\text{kN/m}^3$. Όπως προαναφέρθηκε, η δύσκαμπτη βάση διεγείρεται από επιβαλλόμενη μετατόπιση η οποία μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο με συχνότητα 5Hz και το πλάτος της είναι ίσο με τη μονάδα.

Οι ωθήσεις που αναπτύσσονται πίσω από τα φράγματα φαίνονται στο Σχήμα 9. Οι ωθήσεις αυτές είναι σχεδόν πανομοιότυπες με αυτές που υπολογίστηκαν με την αναλυτική λύση, όπως παρουσιάστηκαν στο Σχήμα 3, τόσο ως προς τη μορφή τους όσο και ως προς τις τιμές τους. Σημειώνεται ότι ολοκληρώνοντας τις κατανομές των υδροδυναμικών ωθήσεων για την περίπτωση

$L/H=10$, προκύπτει υδροδυναμική δύναμη $P=0.54\rho H^2X_g$ τιμή που συμπίπτει με την αντίστοιχη τιμή του Σχήματος 4α και τη λύση του Westergaard που προτείνει την τιμή $P=7/12\rho H^2X_g$.

Μια πληρέστερη εικόνα των υδροδυναμικών ωθήσεων που αναπτύσσονται μέσα στο κατακρατούμενο νερό φαίνεται στο Σχήμα 10, όπου οι ωθήσεις παριστάνονται σε όλη την έκταση των προσομοιωμάτων που μελετήθηκαν. Πρέπει να αναφερθεί ότι στο γράφημα απεικονίζεται το μέγιστο πλάτος των ωθήσεων κάθε σημείου για όλη τη διάρκεια της διέγερσης, δηλαδή η μέγιστη τιμή που αυτές παίρνουν κατά τη διάρκεια της επιβαλλόμενης χρονιστορίας και όχι η προσημασμένη τιμή τους μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Από το Σχήμα 10 συμπεραίνεται ότι οδεύοντας προς την περιοχή κοντά στο κέντρο του προσομοιώματος (δηλαδή στην περιοχή που ισαπέχει από τα δύο φράγματα) μειώνονται οι αναπτυσσόμενες υδροδυναμικές πιέσεις, ενώ στον άξονα συμμετρίας οι υδροδυναμικές ωθήσεις μηδενίζονται. Διαπιστώνεται ότι οι μέγιστες υδροδυναμικές ωθήσεις αναπτύσσονται στην περιοχή μεταξύ πυθμένα και άκαμπτου φράγματος.

Για να αποδοθεί καλύτερα η εικόνα της παραμορφωσιακής κατάστασης του κατακρατούμενου νερού, δίνονται στη συνέχεια στα Σχήματα 11 και 12 οι κατανομές της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας και για τα δυο προσομοιώματα. Οι γενικές τάσεις που ακολουθούν τα σχήματα είναι ότι οι οριζόντιες ταχύτητες μηδενίζονται κοντά στον άξονα συμμετρίας του προσομοιώματος, και παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους κοντά στα φράγματα, όπου η μέγιστη αυτή τιμή ισούται με 33.67 m/s.



Σχήμα 9: Οιονεί στατικές υδροδυναμικές ωθήσεις που αναπτύσσονται πίσω από άκαμπτο φράγμα για τις δύο ακραίες περιπτώσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των φραγμάτων: α) $L/H=1$: ύπαρξη αλληλεπίδρασης και β) $L/H=10$: απουσία αλληλεπίδρασης.

Επίσης, μια ουσιώδης διαφορά μεταξύ των δυο προσομοιωμάτων που εξετάζονται είναι ότι όταν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των τοίχων ($L/H=1$) τότε η ταχύτητα του νερού στη βάση τείνει να εξισωθεί με την ταχύτητα του νερού που βρίσκεται κοντά στα φράγματα. Αυτό σημαίνει ότι δεν αναπτύσσονται αρκετά μεγάλες αδρανειακές δυνάμεις μέσα στη μάζα του νερού. Έτσι ώστε να το εξαναγκάσουν να ολισθαίνει πλήρως στη βάση, όπως συμβαίνει με το προσομοίωμα όπου $L/H=10$.

Όσον αφορά στις κατακόρυφες ταχύτητες, αυτές είναι μηδενικές στο μεγαλύτερο μέρος του προσομοιώματος, και παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους κοντά στις κορυφές των φραγμάτων. Αυτό παρατηρείται τόσο στην περίπτωση που υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των φραγμάτων, όσο και στην αντίθετη περίπτωση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 12. Το γεγονός ότι η κατακόρυφη ταχύτητα είναι διάφορη του μηδενός στη διεπιφάνεια νερού – φραγμάτων, αποτελεί επιβεβαίωση του γεγονότος ότι στις διεπιφάνειες αυτές υπάρχει ολίσθηση του νερού ως προς το άκαμπτο φράγμα, όπως και θα έπρεπε να συμβαίνει.



Σχήμα 10: Κατανομή του πλάτους των υδροδυναμικών ωθήσεων μέσα στη μάζα του κατακρατούμενου νερού για οιονεί στατική διέγερση και $L/H=10$ (πάνω) και $L/H=1$ (κάτω).



Σχήμα 11: Κατανομή του πλάτους των οριζόντιων ταχυτήτων μέσα στη μάζα του κατακρατούμενου νερού για οιονεί στατική διέγερση και $L/H=10$ (πάνω) και $L/H=1$ (κάτω).



Σχήμα 12: Κατανομή του πλάτους των κατακόρυφων ταχυτήτων μέσα στη μάζα του κατακρατούμενου νερού για οιονεί στατική διέγερση και $L/H=10$ (πάνω) και $L/H=1$ (κάτω).

4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή προτάθηκε καταρχάς μία αναλυτική λύση υπολογισμού των υδροδυναμικών ωθήσεων που ασκούνται σε ένα άκαμπτο φράγμα το οποίο αντιστηρίζει ημίαιρη στρώση νερού. Η λύση αυτή αποτελεί ειδική περίπτωση της ύπαρξης δυο φραγμάτων σε απόσταση L , γεγονός το οποίο δημιουργεί φαινόμενα αλληλεπίδρασης μεταξύ των δυο φραγμάτων. Κατόπιν, εξετάστηκαν

διδιάστατα αριθμητικά προσομοιώματα πεπερασμένων στοιχείων ώστε να εξεταστεί η ακρίβεια της αναλυτικής λύσης, καθώς και η επίδραση της προαναφερθείσας αλληλεπίδρασης στις ασκούμενες υδροδυναμικές ωθήσεις.

Διαπιστώθηκε ότι στην περίπτωση ενός μόνο φράγματος τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης σχεδόν συμπίπτουν με τα αντίστοιχα της αριθμητικής πλησιάζοντας μάλιστα την τιμή που έχει προτείνει εδώ και δεκαετίες ο Westergaard. Απεναντίας, η παρουσία δεύτερου φράγματος (ή αντίστοιχης συννοριακής συνθήκης) οδηγεί σε σημαντική μείωση των υδροδυναμικών ωθήσεων, η οποία, όπως αναμενόταν, εξαρτάται από την απόσταση και συνεπώς από το βαθμό αλληλεπίδρασης των δυο φραγμάτων. Το φαινόμενο αυτό διαπιστώθηκε τόσο αναλυτικά όσο και αριθμητικά.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. ABAQUS. 2004. Version 6.4 User's manual. ABAQUS Inc. USA.
2. Bustamante, J.I., Rosenblueth E., Herrera I. & Flores A. 1963. Presion hidrodinamica en presas y depositos. Boletin Sociedad Mexicana de Ingenieria Sismica, Vol. 1, No. 2.
3. Chakrabarti, P. & Chopra, A.K. 1974. Hydrodynamic effects in earthquake response of gravity dams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST6: 1211-1224.
4. Chopra, A.K. 1967. Hydrodynamic pressures in dams during earthquake. Journal Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 93, No. EM6: 205-223.
5. Chopra, A.K. 1968. Earthquake behavior of dam-reservoir systems. J. Engrn. Mech. ASCE, 94: 1475-1499.
6. Clough, R.W., Sims, F.W., & Rhodes, J.A. 1964. Cracking in Norfork dam. Proc. ACI, Vol. 61, No. 3: 265-285.
7. Clough, R.W., & Raphael, J.M. 1965. Construction stresses in Dworshak dam. Structural Engineering Laboratory Report No. 65-3, University of California Berkeley.
8. Clough, R.W. & Chopra, A.K. 1966. Earthquake stress analysis in earth dams. Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 92, No. EM2: 197-211.
9. Kotsubo, S. 1959. Dynamic water pressure on dam due to irregular earthquakes. Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka, Japan, Vol XVIII, No. 4.
10. Saini, S., Bettess, P., & Zienkiewicz, O.C. 1978. Coupled hydrodynamic response of concrete dams using finite and infinite elements. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 6: 363-374.
11. Westergaard, H.M. 1933. Water pressure on dams during earthquakes. Trans. ASCE, 98: 418-472.
12. Zangar, C.N., & Haefei, R.J. 1952. Electric analog indicates effects of horizontal earthquake shock on dams. Civil Engrn., 54-55.
13. Zienkiewicz, O.C., & Nath, B. 1963. Earthquake hydrodynamic pressures on arch dams an electric analog solution. Proc. Inst. Civ. Engrn., 25: 165-176.

Analytical and numerical modeling of hydrodynamic distress of rigid dams

G. Papazafeiropoulos

Infrastructure Engineer, Postgraduate student, Division of Mechanics, Technical University of Crete

P.N. Psarropoulos

Dr. Civil Engineer, Lecturer, Infrastructure Engineering Faculty, Hellenic Air Force Academy

Y. Tsompanakis

Assistant Professor, Division of Mechanics, Technical University of Crete

Keywords: Rigid dams, hydrodynamic pressures, dynamic interaction, analytical solution, numerical modeling.

ABSTRACT: It is widely accepted that the dynamic response of any retaining system is not yet completely understood, mainly due to the dynamic interaction between the retaining system and the retained material. When the retained material is liquid, such as water behind dams, is even more interesting for engineers, as during a seismic event important hydrodynamic pressures develop on the body of the dam which must be seriously taken into account for the seismic design of the structure. In the present study the dynamic interaction between rigid dams and water is investigated. Firstly, a closed-form analytical solution for the calculation of hydrodynamic pressures acting on a rigid dam is developed. Subsequently, utilizing the finite-element method, numerical analyses are conducted in order to verify the results of the analytical solution. The results of the study verify the impact of the dynamic interaction and the boundary conditions on the hydrodynamic distress of dams.